



ISTITUTO NAZIONALE PER LA VALUTAZIONE
DEL SISTEMA EDUCATIVO DI ISTRUZIONE E DI FORMAZIONE

Servizio Nazionale di Valutazione

**GUIDA ALLA LETTURA
PROVA DI MATEMATICA**

Classe seconda – Scuola primaria

Anno scolastico 2023/2024



Principali caratteristiche della Prova del Grado 2

Tab.1 Distribuzione dei quesiti secondo gli AMBITI

Ambito	Numero di domande	Numero di Item ¹
Numeri	7	7
Spazio e figure	7	7
Dati e previsioni	6	9
Relazioni e funzioni	6	7
TOTALE	26	30

Tab.2 Distribuzione degli item secondo le DIMENSIONI

Dimensione	Numeri	Spazio e figure	Dati e previsioni	Relazioni e funzioni	TOTALE
	NU	SF	DP	RF	
Conoscere	3	5	1	1	10
Risolvere problemi	2	1	8	5	16
Argomentare	2	1	0	1	4
TOTALE	7	7	9	7	30

Tab. 3 Suddivisione degli item in relazione ad ambiti e traguardi delle Indicazioni nazionali

TRAGUARDI	AMBITI				TOT
	NU	SF	DP	RF	
TP1. L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.	2	0	0	0	2
TP2. Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.	0	4	0	0	4
TP3. Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.	0	1	0	0	1
TP4. Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).	0	0	1	0	1
TP5. Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.	0	0	7	0	7
TP6. Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.	0	0	1	0	1
TP7. Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.	2	1	0	1	4
TP8. Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.	2	1	0	5	8
TP9. Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.	0	0	0	0	0
TP10. Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)	1	0	0	1	2
TOTALE	7	7	9	7	30

¹ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tab. 4 Composizione della prova: tabella riassuntiva

DOM.	AMBITO	TRAGUARDO	DIMENSIONE	Scopo della domanda
D1	DP	TP5	Risolvere problemi	Ricavare informazioni sulla scansione temporale di un evento da dati rappresentati su un calendario
D2	NU	TP7	Argomentare	Stimare il numero di oggetti mostrati in un'immagine
D3	RF	TP8	Risolvere problemi	Individuare una relazione di proporzionalità in contesto per risolvere una situazione problematica
D4	SF	TP2	Conoscere	Determinare la posizione di un oggetto su una griglia che è stata ruotata
D5	DP	TP6	Risolvere problemi	Distinguere eventi certi, possibili e impossibili in un contesto reale
D6	NU	TP8	Risolvere problemi	Utilizzare le informazioni fornite in un testo e in un'immagine per risolvere una situazione problematica
D7	RF	TP10	Conoscere	Stimare la quantità rappresentata in una immagine non standard
D8	SF	TP2	Conoscere	Confrontare diversi percorsi su una griglia sulla base di vincoli assegnati
D9	NU	TP1	Conoscere	Individuare l'addendo mancante di un'addizione, di cui sono noti la somma e l'altro addendo
D10	DP	TP5	Risolvere problemi	Ricavare informazioni da dati rappresentati in una tabella a doppia entrata
D11	SF	TP7	Argomentare	Individuare esagoni sulla base della loro classificazione
D12	NU	TP1	Conoscere	Individuare la cifra che completa un'addizione in colonna
D13	RF	TP8	Risolvere problemi	Utilizzare le relazioni di doppio e metà fornite in un testo per risolvere una situazione problematica
D14	RF	TP8	Risolvere problemi	Attribuire il costo a un oggetto a partire dalle relazioni espresse in una sequenza di immagini
D15	DP	TP5	Risolvere problemi	Ricavare informazioni da un grafico per completare una tabella
D16	SF	TP2	Conoscere	Riconoscere la figura simmetrica di una figura data rispetto a un asse di simmetria
D17	RF	TP7	Argomentare	Determinare le età di alcune persone sulla base delle relazioni espresse in un testo
D18	SF	TP8	Risolvere problemi	Riconoscere il rettangolo composto da tre poligoni dati
D19	NU	TP7	Argomentare	Determinare l'addendo mancante in un'addizione espressa in forma verbale
D20	RF	TP8	Risolvere problemi	Individuare la relazione tra la posizione di una figura in una sequenza e il numero di elementi da cui è composta
D21	SF	TP3	Conoscere	Individuare i quadrati, anche in posizione non standard, tra i quadrilateri disegnati su una griglia
D22	NU	TP10	Conoscere	Individuare il numero che non è posizionato correttamente sulla retta dei numeri
D23	DP	TP5	Risolvere problemi	Completare un grafico utilizzando le informazioni fornite in un testo
D24	SF	TP2	Conoscere	Individuare la vista dall'alto di un oggetto tridimensionale
D25	DP	TP4	Conoscere	Determinare l'ora di fine di un evento, sulla base dell'ora di inizio e della durata, utilizzando l'orologio analogico
D26	NU	TP8	Risolvere problemi	Individuare una lunghezza a partire dai dati forniti in un'immagine e in un testo

Nella prova nazionale di matematica della classe quinta primaria, sono presenti quattro domande in continuità con le domande D1, D7, D19 e D20 della prova del grado 2.

In questa guida sono state inserite alcune scansioni da protocolli originali che provengono dai fascicoli della prova nazionale (maggio 2024).

Tali scansioni hanno lo scopo di fornire esempi di strategie di ragionamento o di difficoltà e arricchire i commenti.

L'ordine delle domande presentate e quello delle opzioni di risposta nei quesiti a scelta multipla sono relativi al Fascicolo 1.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																																																																																																							
<p>D1. Il calendario mostra quando c'è la raccolta del vetro, della plastica e della carta in una città nel mese di luglio.</p> <div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="margin-right: 20px;"> <p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">LUGLIO</p> <table border="1" style="font-size: small;"> <tr><td>1</td><td>VENERDÌ</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>SABATO</td><td>V</td></tr> <tr><td>3</td><td>DOMENICA</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td>LUNEDÌ</td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td>MARTEDÌ</td><td>P</td></tr> <tr><td>6</td><td>MERCOLEDÌ</td><td>C</td></tr> <tr><td>7</td><td>GIOVEDÌ</td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td>VENERDÌ</td><td>V</td></tr> <tr><td>9</td><td>SABATO</td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td>DOMENICA</td><td></td></tr> <tr><td>11</td><td>LUNEDÌ</td><td></td></tr> <tr><td>12</td><td>MARTEDÌ</td><td>P</td></tr> <tr><td>13</td><td>MERCOLEDÌ</td><td>C</td></tr> <tr><td>14</td><td>GIOVEDÌ</td><td></td></tr> <tr><td>15</td><td>VENERDÌ</td><td></td></tr> </table> </div> <div style="margin-right: 20px;"> <table border="1" style="font-size: small;"> <tr><td>16</td><td>SABATO</td><td>V</td></tr> <tr><td>17</td><td>DOMENICA</td><td></td></tr> <tr><td>18</td><td>LUNEDÌ</td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td>MARTEDÌ</td><td>P</td></tr> <tr><td>20</td><td>MERCOLEDÌ</td><td>C</td></tr> <tr><td>21</td><td>GIOVEDÌ</td><td></td></tr> <tr><td>22</td><td>VENERDÌ</td><td>V</td></tr> <tr><td>23</td><td>SABATO</td><td></td></tr> <tr><td>24</td><td>DOMENICA</td><td></td></tr> <tr><td>25</td><td>LUNEDÌ</td><td></td></tr> <tr><td>26</td><td>MARTEDÌ</td><td>P</td></tr> <tr><td>27</td><td>MERCOLEDÌ</td><td>C</td></tr> <tr><td>28</td><td>GIOVEDÌ</td><td></td></tr> <tr><td>29</td><td>VENERDÌ</td><td></td></tr> <tr><td>30</td><td>SABATO</td><td>V</td></tr> <tr><td>31</td><td>DOMENICA</td><td></td></tr> </table> </div> <div> <p style="font-size: x-small;">LEGENDA</p> <table style="font-size: x-small;"> <tr><td>V</td><td>VETRO</td></tr> <tr><td>P</td><td>PLASTICA</td></tr> <tr><td>C</td><td>CARTA</td></tr> </table> </div> </div>		1	VENERDÌ		2	SABATO	V	3	DOMENICA		4	LUNEDÌ		5	MARTEDÌ	P	6	MERCOLEDÌ	C	7	GIOVEDÌ		8	VENERDÌ	V	9	SABATO		10	DOMENICA		11	LUNEDÌ		12	MARTEDÌ	P	13	MERCOLEDÌ	C	14	GIOVEDÌ		15	VENERDÌ		16	SABATO	V	17	DOMENICA		18	LUNEDÌ		19	MARTEDÌ	P	20	MERCOLEDÌ	C	21	GIOVEDÌ		22	VENERDÌ	V	23	SABATO		24	DOMENICA		25	LUNEDÌ		26	MARTEDÌ	P	27	MERCOLEDÌ	C	28	GIOVEDÌ		29	VENERDÌ		30	SABATO	V	31	DOMENICA		V	VETRO	P	PLASTICA	C	CARTA	DATI E PREVISIONI				
		1	VENERDÌ																																																																																																						
		2	SABATO	V																																																																																																					
		3	DOMENICA																																																																																																						
4	LUNEDÌ																																																																																																								
5	MARTEDÌ	P																																																																																																							
6	MERCOLEDÌ	C																																																																																																							
7	GIOVEDÌ																																																																																																								
8	VENERDÌ	V																																																																																																							
9	SABATO																																																																																																								
10	DOMENICA																																																																																																								
11	LUNEDÌ																																																																																																								
12	MARTEDÌ	P																																																																																																							
13	MERCOLEDÌ	C																																																																																																							
14	GIOVEDÌ																																																																																																								
15	VENERDÌ																																																																																																								
16	SABATO	V																																																																																																							
17	DOMENICA																																																																																																								
18	LUNEDÌ																																																																																																								
19	MARTEDÌ	P																																																																																																							
20	MERCOLEDÌ	C																																																																																																							
21	GIOVEDÌ																																																																																																								
22	VENERDÌ	V																																																																																																							
23	SABATO																																																																																																								
24	DOMENICA																																																																																																								
25	LUNEDÌ																																																																																																								
26	MARTEDÌ	P																																																																																																							
27	MERCOLEDÌ	C																																																																																																							
28	GIOVEDÌ																																																																																																								
29	VENERDÌ																																																																																																								
30	SABATO	V																																																																																																							
31	DOMENICA																																																																																																								
V	VETRO																																																																																																								
P	PLASTICA																																																																																																								
C	CARTA																																																																																																								
		DIMENSIONE																																																																																																							
		Risolvere problemi																																																																																																							
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.																																																																																																							
		<p>TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.</i></p>																																																																																																							
		SCOPO DELLA DOMANDA																																																																																																							
		Ricavare informazioni sulla scansione temporale di un evento da dati rappresentati su un calendario																																																																																																							
<p>a. Che cosa si raccoglie tutti i mercoledì di luglio?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> La plastica</p> <p>B. <input type="checkbox"/> La carta</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Il vetro</p> <p>b. Quante volte si raccoglie il vetro a luglio?</p> <p>Risposta: volte</p>																																																																																																									
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																																																																																																							
<p>a. B</p> <p>b. 5</p>		Item	Mancante	A	B	C																																																																																																			
		D1a	3%	8,7%	77,9%	10,4%																																																																																																			
		Item	Mancante	Errata		Corretta																																																																																																			
		D1b	6,6%	31,3%		62,1%																																																																																																			
COMMENTI E OSSERVAZIONI																																																																																																									
<p>La domanda richiede di individuare, nel calendario del mese di luglio, delle informazioni sulla raccolta differenziata in una città, facendo uso della <i>legenda</i> allegata.</p> <p>L'item (a) richiede di riconoscere la lettera presente sul calendario in corrispondenza di ciascun mercoledì del mese e di associarla alla raccolta della <i>carta</i> attraverso la <i>legenda</i>.</p> <p>L'item (b) richiede invece di ricavare <i>il numero di volte</i> in cui è effettuata la raccolta del vetro nell'intero mese basandosi sulle informazioni fornite dal calendario.</p> <p>Nel calendario, la raccolta del vetro è pianificata su un arco di due settimane, nelle quali si alternano due giorni diversi (venerdì o sabato), mentre quella della plastica e quella della carta hanno una cadenza regolare di settimana in settimana (rispettivamente, ogni martedì e ogni mercoledì).</p> <p>Il protocollo sotto (a sinistra) mostra una difficoltà nel gestire la variabilità della raccolta del vetro, espressa dalla ricerca di una nuova regolarità: la lettera "V" è aggiunta nei venerdì o sabati del mese in cui non è già presente; la risposta "10" prende infatti in considerazione <i>tutti</i> i venerdì e i sabati del mese.</p> <p>Il protocollo a destra invece esemplifica la necessità di completare ogni giorno del mese con la raccolta di un dato rifiuto, cercando regolarità, ad esempio evitando di inserire la stessa lettera in giorni consecutivi. La risposta "8" è indicativa di una difficoltà nel gestire il conteggio in tale situazione, essendo nove a questo punto i giorni del mese in cui la lettera V è presente nel calendario.</p>																																																																																																									

1	VENERDI	V
2	SABATO	V
3	DOMENICA	
4	LUNEDI	
5	MARTEDI	P
6	MERCOLEDI	C
7	GIOVEDI	
8	VENERDI	V
9	SABATO	V
10	DOMENICA	
11	LUNEDI	
12	MARTEDI	P
13	MERCOLEDI	C
14	GIOVEDI	
15	VENERDI	V
16	SABATO	V
17	DOMENICA	
18	LUNEDI	
19	MARTEDI	P
20	MERCOLEDI	C
21	GIOVEDI	
22	VENERDI	V
23	SABATO	V
24	DOMENICA	
25	LUNEDI	
26	MARTEDI	P
27	MERCOLEDI	C
28	GIOVEDI	
29	VENERDI	V
30	SABATO	V
31	DOMENICA	

LEGENDA	
V	VETRO
P	PLASTICA
C	CARTA

e della carta in una città nel mese di luglio

1	VENERDI	C
2	SABATO	V
3	DOMENICA	P
4	LUNEDI	C
5	MARTEDI	P
6	MERCOLEDI	C
7	GIOVEDI	P
8	VENERDI	V
9	SABATO	C
10	DOMENICA	V
11	LUNEDI	C
12	MARTEDI	P
13	MERCOLEDI	C
14	GIOVEDI	V
15	VENERDI	P
16	SABATO	V
17	DOMENICA	P
18	LUNEDI	C
19	MARTEDI	P
20	MERCOLEDI	C
21	GIOVEDI	P
22	VENERDI	V
23	SABATO	P
24	DOMENICA	C
25	LUNEDI	V
26	MARTEDI	P
27	MERCOLEDI	C
28	GIOVEDI	V
29	VENERDI	P
30	SABATO	V
31	DOMENICA	C

LEGENDA	
V	VETRO
P	PLASTICA
C	CARTA

a. Che cosa si raccoglie tutti i mercoledì di luglio?

- A. La carta
- B. Il vetro
- C. La plastica

b. Quante volte si raccoglie il vetro a luglio?

Risposta:4..... volte

a. Che cosa si raccoglie tutti i mercoledì di luglio?

- A. La carta
- B. La plastica
- C. Il vetro

b. Quante volte si raccoglie il vetro a luglio?

Risposta:8..... volte

Una difficoltà, rilevata dai protocolli, è legata a una lettura approssimativa dell'espressione verbale *Quante volte* che, interpretata come "Quando", può condurre alla risposta: "SABATO", primo giorno in cui compare la lettera V sul calendario.

b. Quante volte si raccoglie il vetro a luglio?

Risposta: ..SABATO.. volte

Nota. Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe quinta primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D4).

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
<p>D2. In questa immagine ci sono dei sassi.</p>  <p>Una sola di queste frasi è vera. Quale?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> I sassi sono meno di 20</p> <p>B. <input type="checkbox"/> I sassi sono più di 20, ma meno di 40</p> <p>C. <input type="checkbox"/> I sassi sono più di 40</p>		NUMERI				
		DIMENSIONE				
		Argomentare				
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
		<p>TRAGUARDO Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.</p> <p>OBIETTIVO Contare oggetti o eventi, a voce e mentalmente, in senso progressivo e regressivo e per salti di due, tre, ...</p>				
		SCOPO DELLA DOMANDA				
		Stimare il numero di oggetti mostrati in un'immagine				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
B	Item	Mancante	A	B	C	
	D2	5,1%	8,7%	79,4%	6,8%	

COMMENTI E OSSERVAZIONI

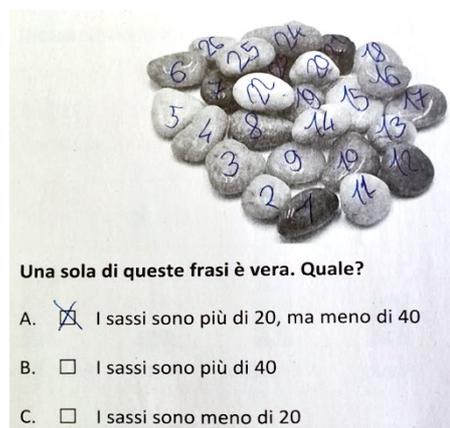
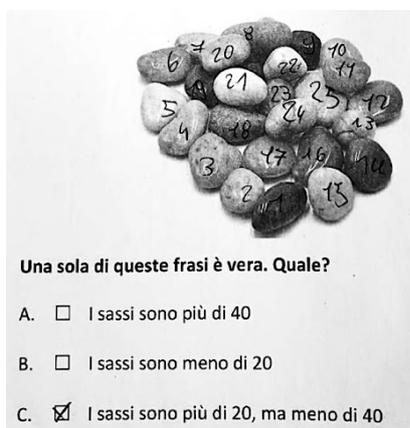
La domanda richiede di individuare quale, tra le affermazioni date, fornisce una stima corretta del numero di sassi presentati nell'immagine.

Per rispondere alla domanda è necessario effettuare un conteggio, poiché le tre affermazioni richiedono di confrontare il numero dei sassi con il numero 20 e con il numero 40, mediante le espressioni verbali *più di* e *meno di*.

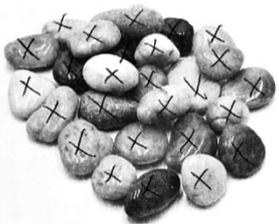
I sassi non sono tutti visibili, alcuni sono visibili solo in parte, in particolare uno più esterno e uno in mezzo ad altri.

Il protocollo sotto (a sinistra) mostra una strategia di conteggio basata sull'associazione di ciascun sasso a un numero. In questo esempio, i sassi (ben visibili) sono suddivisi in due sottogruppi: prima, infatti, sono conteggiati i sassi all'esterno, procedendo circolarmente dal basso in senso orario e indicando su sassi adiacenti l'avanzare progressivo dei numeri da "1" a "15", poi i sassi rimasti all'interno, procedendo ancora circolarmente per quanto possibile, con l'aggiunta dei numeri da "16" a "25".

L'esempio a destra mostra come la stessa strategia possa coinvolgere diversi raggruppamenti dei sassi.



Un altro tipo di strategia è visibile nei protocolli qui sotto e consiste nel tenere traccia di ogni sasso che si conteggia, ad esempio segnandolo con una crocetta.

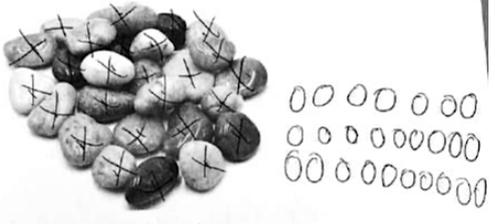


Una sola di queste frasi è vera. Quale?

A. I sassi sono meno di 20

B. I sassi sono più di 20, ma meno di 40

C. I sassi sono più di 40



Una sola di queste frasi è vera. Quale?

A. I sassi sono meno di 20

B. I sassi sono più di 20, ma meno di 40

C. I sassi sono più di 40

A sinistra, sono conteggiati 26 sassi. A destra, la strategia è supportata da ulteriori modalità di controllo del numero dei sassi: ogni sasso, segnato con una crocetta sull'immagine, è anche rappresentato con un "circoletto". Notiamo che compaiono tre righe, rispettivamente con 7, 9 e 10 circoletti, per un totale di 26 sassi, quante le crocette apposte sull'immagine (come nel protocollo precedente, infatti, è tralasciato nel conteggio il sasso più esterno).

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D3. Greta vuole comprare degli adesivi.</p> <p>5 adesivi costano 2 euro.</p> <p>Quanti euro spende Greta per comprare 20 adesivi?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 4</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 8</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 10</p>	RELAZIONI E FUNZIONI
	DIMENSIONE
	Risolvere problemi
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
	<p>TRAGUARDO</p> <p>Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p>OBIETTIVO</p> <p><i>Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.</i></p>
SCOPO DELLA DOMANDA	
<p>Individuare una relazione di proporzionalità in contesto per risolvere una situazione problematica</p>	

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE				
B	Item	Mancante	A	B	C
	D3	3,9%	10,9%	32,0%	53,1%

COMMENTI E OSSERVAZIONI

La domanda richiede di ricavare la spesa totale necessaria per acquistare un dato numero di adesivi (20), conoscendo in partenza che 5 adesivi costano 2 euro.

L'opzione di risposta A presenta il risultato della divisione tra i 20 adesivi da acquistare e i 5 adesivi di cui si conosce il costo; questo può rappresentare il primo passaggio nella risoluzione, ma non permette di rispondere alla domanda.

L'opzione di risposta C considera il risultato di operazioni che fanno uso di alcuni numeri presenti nel testo, come la divisione di 20 per 2 oppure la moltiplicazione di 5 per 2 (due operazioni vicine a quelle coinvolte nella risoluzione: la divisione di 20 per 5 e la moltiplicazione del risultato per 2).

Una possibile strategia di risoluzione consiste dapprima nell'individuare quanti gruppi di 5 adesivi corrispondono a 20 adesivi, poi nel moltiplicare il numero dei gruppi per 2 euro, il costo di un gruppo.

Nel protocollo sotto, a sinistra, gli adesivi sono rappresentati da pallini e a ciascun gruppo di 5 pallini è proprio associato il costo di "2€": il risultato ("8€") è scritto nel mezzo degli ultimi due gruppi di pallini (quattro volte 2 euro).

Un'altra strategia (protocollo a destra) considera come punto di partenza il costo di 5 adesivi e procede ricorsivamente per individuare il costo corrispondente a 10 adesivi, poi a 15 adesivi e infine a 20, vale a dire come cambia il costo all'aumentare (regolare, di 5) del numero di adesivi. A ogni passo, la relazione tra il numero di adesivi e il costo è espressa mediante l'utilizzo delle frecce.

Quanti euro spende Greta per comprare 20 adesivi?

A. 10

B. 4

C. 8

ADESI

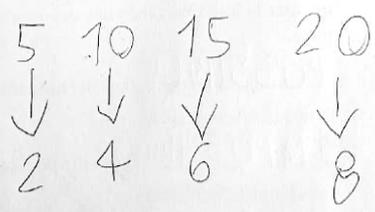


Quanti euro spende Greta per comprare 20 adesivi?

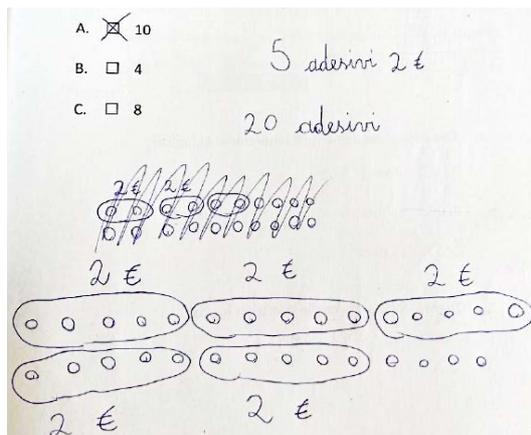
A. 4

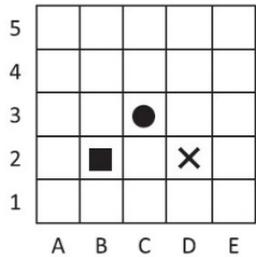
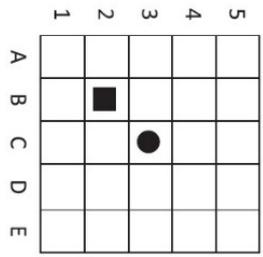
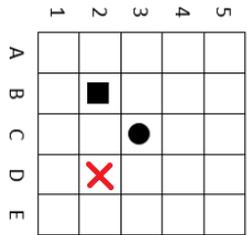
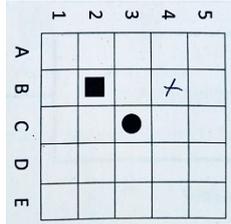
B. 8

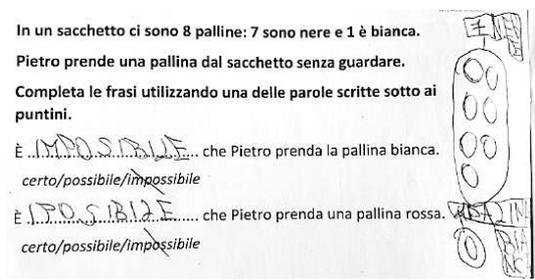
C. 10

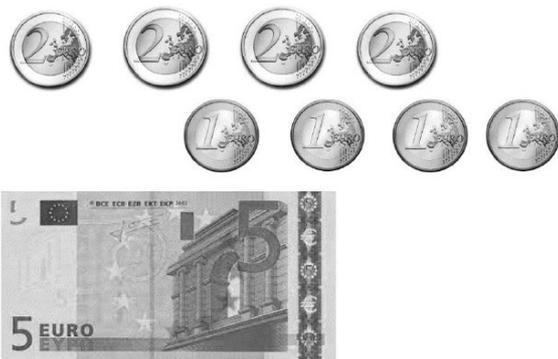


L'esempio che segue mostra una difficoltà nel gestire le relazioni tra le variabili coinvolte: in particolare, qui si intravede una iniziale interferenza tra numero di adesivi e costo in euro (*due adesivi 2 euro*), come lascia intravedere il primo schizzo, poi barrato. Sotto, nella nuova rappresentazione, 5 adesivi sono opportunamente associati a "2€" ma la mancanza di controllo sul numero totale degli adesivi porta alla scelta della risposta 10.



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D4. Osserva questa griglia.</p>  <p>La stessa griglia è stata ruotata, ma manca la X. Disegnala tu.</p> 		SPAZIO E FIGURE			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		<p>TRAGUARDO Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.</p> <p>OBIETTIVO <i>Comunicare la posizione di oggetti nello spazio fisico, sia rispetto al soggetto, sia rispetto ad altre persone o oggetti, usando termini adeguati (sopra/sotto, davanti/dietro, destra/sinistra, dentro/fuori).</i></p>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Determinare la posizione di un oggetto su una griglia che è stata ruotata			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D4	5%	25,5%	69,5%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di determinare la posizione di un oggetto (una X) su una griglia che è stata ruotata, a partire dalla posizione della X prima della rotazione e dalla posizione di due altri oggetti (un quadrato e un cerchio), prima e dopo la rotazione.</p> <p>Una strategia efficace consiste nell'individuare le coordinate associate alla posizione originaria della X e nell'utilizzare tale riferimento assoluto per determinare di nuovo la posizione della X sulla griglia ruotata. Un'altra strategia si basa sul mantenimento delle relazioni spaziali tra i tre oggetti sulla griglia. Ad esempio, ruotando il foglio (di 90° in senso antiorario) per recuperare la vista iniziale della griglia, è possibile utilizzare il fatto che la X si trova nella stessa riga del quadrato e nella colonna immediatamente a destra rispetto a quella del cerchio.</p> <p>Un elemento di difficoltà è legato alla gestione del sistema di riferimento: nella situazione ruotata, infatti, trascurate le coordinate, il cerchio mantiene la sua posizione nel centro della griglia, mentre il quadrato risulta simmetrico di quello iniziale rispetto a un asse orizzontale, e questo può indurre a posizionare la X nella stessa "riga" del quadrato, come mostra l'esempio qui sotto.</p>					
					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D5. In un sacchetto ci sono 8 palline: 7 sono nere e 1 è bianca. Pietro prende una pallina dal sacchetto senza guardare. Completa le frasi utilizzando una delle parole scritte sotto ai puntini.</p> <p>È che Pietro prenda la pallina bianca. <i>certo/possibile/impossibile</i></p> <p>È che Pietro prenda una pallina rossa. <i>certo/possibile/impossibile</i></p>		DATI E PREVISIONI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		<p>TRAGUARDO Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.</p> <p>OBIETTIVO <i>In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili.</i></p>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Distinguere eventi certi, possibili e impossibili in un contesto reale			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
possibile - impossibile	Item	Mancante	Errata	Corretta	
	D5	8,4%	34,0%	57,6%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di completare due frasi in relazione al <i>grado di incertezza</i> che dati eventi si verifichino, utilizzando le informazioni fornite nel testo iniziale e scegliendo tra le parole date. La risposta è considerata corretta se sono corrette tutte e due le parole inserite. Le tre alternative proposte sono le sole che possono descrivere, in modo qualitativo e non quantitativo, la <i>probabilità</i> che un evento si verifichi.</p> <p>Per la seconda frase, il completamento non implica particolare complessità, poiché è sufficiente notare che nel sacchetto <i>non</i> sono presenti palline di colore rosso, per cui l'estrazione è impossibile. Per la prima frase, invece, è necessario ragionare sulla presenza di palline bianche e di palline nere nel sacchetto per rispondere che l'evento è <i>possibile</i>. Una difficoltà è legata qui al fatto di riconoscere che, anche se è altamente improbabile pescare proprio la sola pallina bianca presente nel sacchetto, questo è tuttavia possibile.</p> <p>Il protocollo che segue esemplifica tale difficoltà, mostrando inoltre la necessità di rappresentare le palline di cui si parla e di differenziarle (lato destro del foglio).</p>					
					

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D6. Niccolò è al parco divertimenti e ha questi soldi.</p>  <p>Il biglietto per fare un giro sulla ruota panoramica costa 8 euro. Quanti giri al massimo può fare Niccolò? Risposta: giri</p>	NUMERI
	DIMENSIONE
	Risolvere problemi
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
	TRAGUARDO
	<p>Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p>OBIETTIVO <i>Eeguire mentalmente semplici operazioni con i numeri naturali e verbalizzare le procedure di calcolo.</i></p>
	SCOPO DELLA DOMANDA
	<p>Utilizzare le informazioni fornite in un testo e in un'immagine per risolvere una situazione problematica</p>

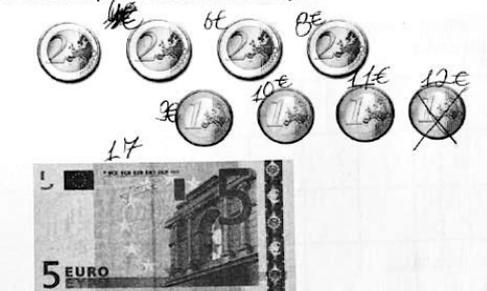
RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE			
2	Item	Mancante	Errata	Corretta
	D6	4,7%	39,5%	55,9%

COMMENTI E OSSERVAZIONI

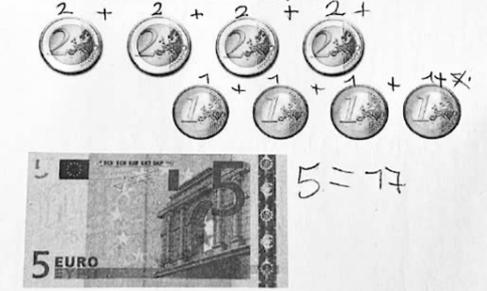
La domanda presenta una situazione problematica da risolvere utilizzando le informazioni fornite sia nell'immagine iniziale sia nel testo che la segue.

Per rispondere alla domanda è possibile individuare il denaro posseduto da Niccolò (17 euro), mediante il conteggio del valore delle monete e della banconota presenti nell'immagine, e ricavare quante volte il costo di un giro sulla ruota panoramica (8 euro) vi è contenuto per intero. Il numero ottenuto fornisce il numero massimo di giri che Niccolò può acquistare.

Per esempio, nel protocollo a sinistra, si tiene traccia del conteggio a partire dalla seconda moneta ("4€", "6€", "8€", "9€" e così via, fino a "17") ed è cancellata l'ultima moneta da 1 euro, a destra, che rimane inutilizzata; nel protocollo a destra, il segno di addizione è inserito tra i valori delle varie monete ("2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 5") e della banconota ("= 17").



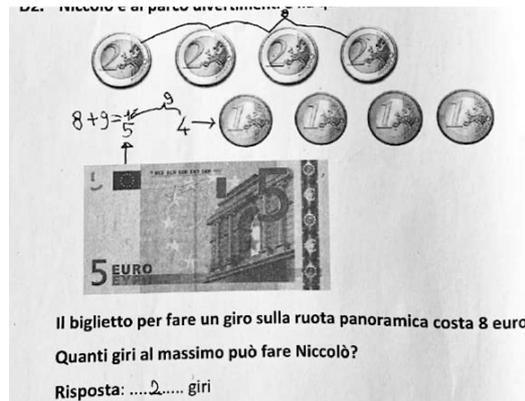
Il biglietto per fare un giro sulla ruota panoramica costa 8 euro.
 Quanti giri al massimo può fare Niccolò?
 Risposta: ...2..... giri



Il biglietto per fare un giro sulla ruota panoramica costa 8 euro.
 Quanti giri al massimo può fare Niccolò?
 Risposta: ..2..... giri

Un terzo esempio mostra il conteggio degli euro per raggruppamenti successivi, con il primo gruppo di quattro monete corrispondente a 8 euro (una parentesi graffa orizzontale collega le monete e punta al

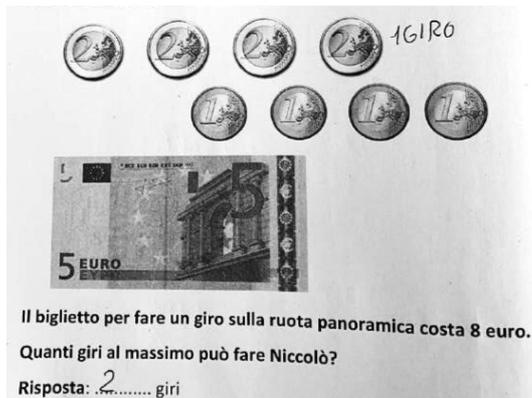
numero "8" scritto sopra) e il secondo gruppo fatto di monete da 1 euro (indicate da una freccia e di valore "4") e di una banconota di valore "5" (una freccia collega la banconota al numero), che unite danno 9 euro (una parentesi graffa collega i numeri 5 e 4 e punta al numero "9"); infine, "8 + 9 = 17" fornisce gli euro posseduti da Niccolò.



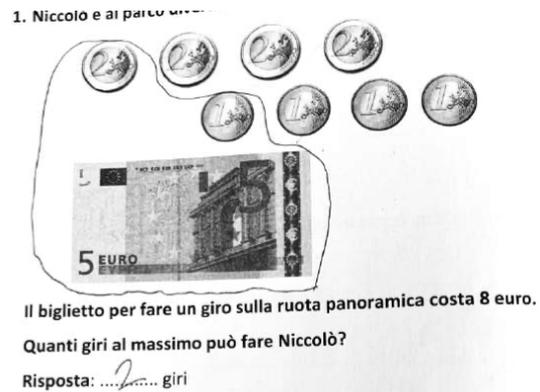
Il biglietto per fare un giro sulla ruota panoramica costa 8 euro.
 Quanti giri al massimo può fare Niccolò?
 Risposta:2..... giri

I protocolli che seguono mostrano altre strategie efficaci di ragionamento che procedono considerando 8 euro alla volta nella configurazione dei soldi fornita.

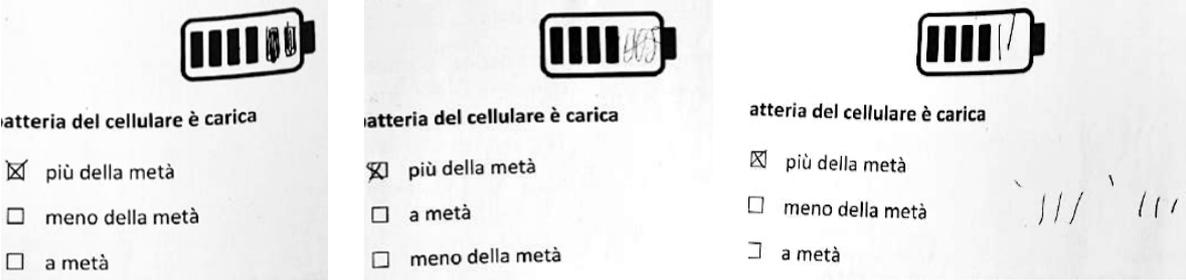
Nel protocollo a sinistra, le quattro monete da 2 euro sono associate alla possibilità di "1 GIRO" (scritto a fianco), e questo, con i soldi rimanenti, permette di concludere "2" giri. Analogamente, nel protocollo a destra, la banconota da 5 euro e due monete vicine sono raggruppate (racchiuse da una linea) per individuare facilmente 8 euro, portando ancora alla risposta "2".



Il biglietto per fare un giro sulla ruota panoramica costa 8 euro.
 Quanti giri al massimo può fare Niccolò?
 Risposta: 2..... giri



Il biglietto per fare un giro sulla ruota panoramica costa 8 euro.
 Quanti giri al massimo può fare Niccolò?
 Risposta:2..... giri

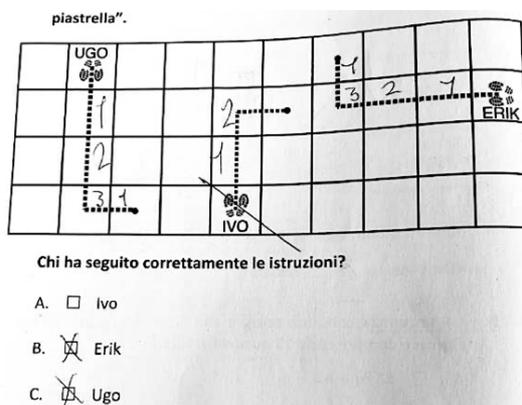
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
<p>D7. Questa immagine mostra quanto è carica la batteria di un cellulare.</p>  <p>La batteria del cellulare è carica</p> <p>A. <input type="checkbox"/> meno della metà</p> <p>B. <input type="checkbox"/> a metà</p> <p>C. <input type="checkbox"/> più della metà</p>		RELAZIONI E FUNZIONI				
		DIMENSIONE				
		Conoscere				
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
		<p>TRAGUARDO Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)</p> <p>OBIETTIVO <i>Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.</i></p>				
		SCOPO DELLA DOMANDA				
		Stimare la quantità rappresentata in una immagine non standard				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
C	Item	Mancante	A	B	C	
	D7	2,8%	7,9%	18,5%	70,8%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI						
<p>La domanda richiede di leggere l'informazione quantitativa fornita dalla rappresentazione della carica di una batteria, un'immagine vicina alla realtà quotidiana.</p> <p>Nell'immagine, quattro tacche rettangolari indicano la carica della batteria, mentre lo spazio bianco indica che la carica non è completa.</p> <p>Le opzioni di risposta presentano le tre diverse possibilità di lettura della carica con la <i>metà</i> presa come riferimento.</p> <p>Strategie di ragionamento efficaci per scegliere la risposta <i>più della metà</i> consistono nel lavorare direttamente sulla rappresentazione, in modo da visualizzare le tacche mancanti al completamento della carica e da metterle poi in relazione con quelle già presenti nell'immagine.</p> <p>I protocolli che seguono esemplificano tutti questo approccio. In particolare, l'esempio a destra mostra lo schizzo delle sei tacche relative alla carica completa, di cui tre separate da altre tre, come per mettere l'attenzione sulla metà della carica, che corrisponderebbe esattamente a tre tacche.</p>						
						
<p><i>Nota.</i> Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe quinta primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D30).</p>						

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D8. Sofia ha dato queste istruzioni ai suoi compagni:</p> <p>“Spostati in avanti di 3 piastrelle, poi spostati alla tua destra di una piastrella”.</p> <p>Chi ha seguito correttamente le istruzioni?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Ugo</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Ivo</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Erik</p>	SPAZIO E FIGURE
	DIMENSIONE
	Conoscere
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
	TRAGUARDO
	<p>Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall’uomo.</p> <p>OBIETTIVO</p> <p><i>Eseguire un semplice percorso partendo dalla descrizione verbale o dal disegno, descrivere un percorso che si sta facendo e dare le istruzioni a qualcuno perché compia un percorso desiderato.</i></p>
SCOPO DELLA DOMANDA	
	<p>Confrontare diversi percorsi su una griglia sulla base di vincoli assegnati</p>

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE				
C	Item	Mancante	A	B	C
	D8	3,4%	37,8%	20,4%	38,3%

COMMENTI E OSSERVAZIONI

La domanda richiede di comprendere una breve sequenza di istruzioni che descrive un movimento e di individuare il percorso corrispondente tra i tre rappresentati su una griglia. I tre percorsi sono raffigurati con una linea punteggiata: il punto di partenza è segnalato dall’immagine delle orme di un bambino, la cui orientazione indica anche il punto di vista iniziale del percorso. Il protocollo sotto mostra che, per rispondere, è necessario attuare un controllo sul numero di piastrelle su cui si sviluppa il percorso.



In particolare, in relazione alla prima parte del movimento (e all’istruzione iniziale *Spostati in avanti di tre piastrelle*), per tutti e tre i percorsi il controllo è operato mediante il conteggio delle piastrelle “di fronte” ai piedi, indicato dalla numerazione di queste: “1”, “2” nel caso di IVO e “1”, “2”, “3” nel caso sia di ERIK sia di UGO. Ciò è sufficiente per escludere IVO dalle opzioni di risposta (è infatti presente un segno di cancellazione direttamente sui piedi del bambino), tanto da non rendere necessario neppure un ulteriore controllo per la seconda parte del percorso.

D'altra parte, il protocollo mostra una difficoltà di gestione dell'istruzione *spostati alla tua destra di una piastrella* che è qui considerata corretta sia per il percorso di ERIK sia per il percorso di UGO. In entrambi i casi è infatti rilevato l'ulteriore spostamento di 1 piastrella. In effetti, visto dalla prospettiva del lettore, il secondo tratto della linea associata a UGO si sviluppa verso destra. Il riconoscimento che, nel percorso, lo spostamento avviene invece verso sinistra richiede di cambiare prospettiva, ovvero di assumere il punto di vista del soggetto in movimento.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
<p>D9. A quale di questi numeri devi aggiungere 3 decine per ottenere 156?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 126</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 153</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 186</p>		NUMERI				
		DIMENSIONE				
		Conoscere				
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
		<p>TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.</p> <p>OBIETTIVO <i>Leggere e scrivere i numeri naturali in notazione decimale, avendo consapevolezza della notazione posizionale; confrontarli e ordinarli, anche rappresentandoli sulla retta.</i></p>				
		SCOPO DELLA DOMANDA				
		Individuare l'addendo mancante di un'addizione, di cui sono noti la somma e l'altro addendo				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
A	Item	Mancante	A	B	C	
	D9	3,8%	52,2%	36,4%	7,6%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI						
<p>La domanda richiede di individuare il numero che sommato a 3 decine permette di ottenere un dato risultato (156).</p> <p>Nella domanda si utilizza il verbo <i>aggiungere</i>, ma è necessario esplorare la differenza tra i due numeri forniti nel testo. Per rispondere 126 è possibile, dopo aver trasformato 3 decine nel numero 30, sottrarre 30 da 156. È possibile anche procedere per esclusione addizionando 30 a ciascuna opzione di risposta e cercando quale permette di ottenere 156.</p> <p>L'opzione di risposta B considera il numero 3 al posto di 3 decine ($156-3 = 153$), mentre l'opzione di risposta C considera l'operazione di addizione al posto di quella di sottrazione ($156+30 = 186$).</p> <p>Le due opzioni fanno riferimento a difficoltà tipiche note in letteratura: da un lato, il fatto di prendere il dato numerico presente nel testo (3), tralasciando la parte testuale (<i>decine</i>) e, dall'altro, il fatto di leggere selettivamente il testo e utilizzare l'operazione riecheggiata dal verbo presente nel testo (<i>aggiungere</i>).</p>						

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																																						
<p>D10. Sei bambini leggono alcuni libri.</p> <p>La tabella mostra il parere di ogni bambino sui libri che ha letto.</p> <table border="1" data-bbox="188 367 660 788"> <thead> <tr> <th></th> <th>Il mago di Oz</th> <th>Riccioli d'oro</th> <th>L'anello magico</th> <th>Hansel e Gretel</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Enrico</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Axel</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Beatrice</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Gemma</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Anna</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Thomas</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <div data-bbox="715 416 880 725" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>LEGENDA</p> <p> mi è piaciuto molto</p> <p> mi è piaciuto poco</p> <p> non mi è piaciuto</p> </div> <p>a. Quale libro è stato letto da più bambini? Risposta:</p> <p>b. Quale libro è piaciuto molto a tre bambini? Risposta:</p> <p>c. Chi ha letto un solo libro? Risposta: e</p>			Il mago di Oz	Riccioli d'oro	L'anello magico	Hansel e Gretel	Enrico					Axel					Beatrice					Gemma					Anna					Thomas					<p>DATI E PREVISIONI</p> <p>DIMENSIONE</p> <p>Risolvere problemi</p> <p>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</p> <p>TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p>OBIETTIVO Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.</p> <p>SCOPO DELLA DOMANDA Ricavare informazioni da dati rappresentati in una tabella a doppia entrata</p>			
	Il mago di Oz	Riccioli d'oro	L'anello magico	Hansel e Gretel																																				
Enrico																																								
Axel																																								
Beatrice																																								
Gemma																																								
Anna																																								
Thomas																																								
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																																						
a. L'anello magico	Item	Mancante	Errata	Corretta																																				
b. Riccioli d'oro	D10a	5,8%	27,1%	67,1%																																				
c. Gemma - Anna (in qualunque ordine siano inseriti)	D10b	7,3%	26,0%	66,7%																																				
	D10c	7,4%	53,5%	39,2%																																				
COMMENTI E OSSERVAZIONI																																								
<p>La domanda richiede di ricavare delle informazioni relative alla lettura di alcuni libri da parte di 6 bambini da una tabella a doppia entrata.</p> <p>L'item (a) richiede di individuare il libro più letto, l'item (b) il libro che è piaciuto molto a tre bambini, l'item (c) i bambini che hanno letto un solo libro.</p> <p>La tabella contiene tre diversi tipi di informazione: i nomi dei bambini (sulle righe), i titoli dei libri (sulle colonne), l'indice di gradimento associato alla lettura di un libro (all'incrocio tra righe e colonne). L'indice di gradimento, se presente, è espresso da una "faccina" che può essere sorridente (quando un libro è <i>piaciuto molto</i>), neutra (quando un libro è <i>piaciuto poco</i>) oppure corruciata (quando un libro <i>non è piaciuto</i>), come esplicitato attraverso la LEGENDA.</p> <p>Quindi, la lettura per righe fornisce informazioni sul singolo bambino o sulla singola bambina, mentre la lettura per colonne informazioni sul singolo libro. Per mettere in relazione un dato bambino e uno specifico libro è necessario focalizzare l'attenzione sugli incroci e sulla eventuale faccina lì presente.</p> <p>Il formato della tabella, con la doppia entrata, può creare complessità nella gestione delle variabili (bambini, libri, indice di gradimento).</p> <p>Ad esempio, il protocollo sotto, a sinistra, mostra che la richiesta dell'item (b), <i>il libro che è piaciuto molto a tre bambini</i>, può essere confusa con la richiesta: "i tre bambini cui è piaciuto molto uno stesso libro". La risposta "ENRICO, BEATRICE, ANNA", ottenuta da una lettura per righe, cattura tale confusione; dalla colonna relativa al libro <i>Riccioli d'oro</i> è rilevato che questo libro è piaciuto molto a questi tre bambini.</p>																																								

	Il mago di Oz	Riccioli d'oro	L'anello magico	Hansel e Gretel
Enrico	😊	😊	😊	
Axel			😐	😊
Beatrice		😊	😐	
Gemma			😞	
Anna		😊		
Thomas	😊	😐	😞	

LEGENDA

😊
mi è piaciuto molto

😐
mi è piaciuto poco

😞
non mi è piaciuto

a. Quale libro è stato letto da più bambini?
Risposta: NO ERICONIL ANELLO MAGICO

b. Quale libro è piaciuto molto a tre bambini?
Risposta: ERICO, BEATRICE, ANNA

c. Chi ha letto un solo libro?
Risposta: ANNA e GEMMA

	Il mago di Oz	Riccioli d'oro	L'anello magico	Hansel e Gretel
Enrico	😊	😊	😊	
Axel			😐	😊
Beatrice		😊	😐	
Gemma			😞	
Anna		😊		
Thomas	😊	😐	😞	

LEGENDA

😊
mi è piaciuto molto

😐
mi è piaciuto poco

😞
non mi è piaciuto

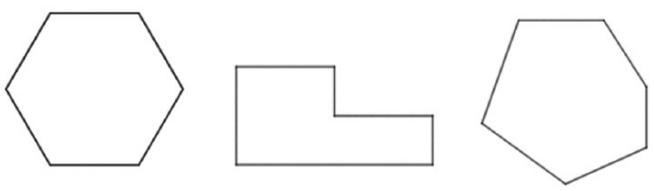
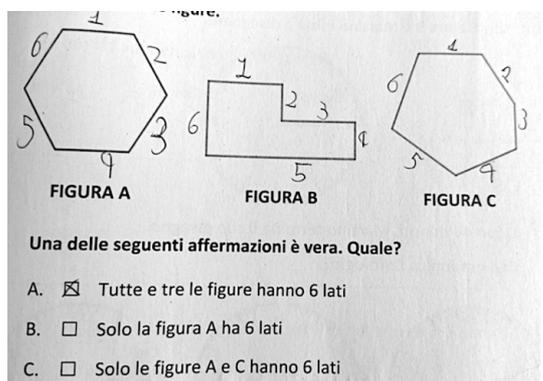
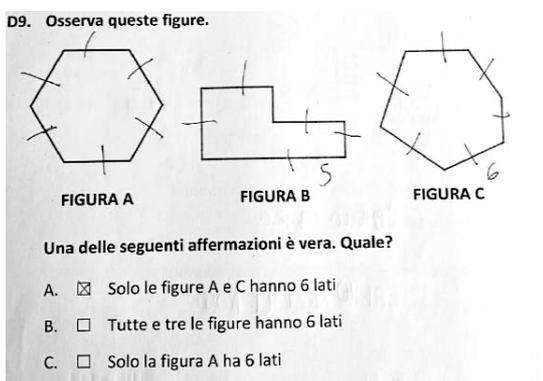
a. Quale libro è stato letto da più bambini?
Risposta: L'ANELLO MAGICO

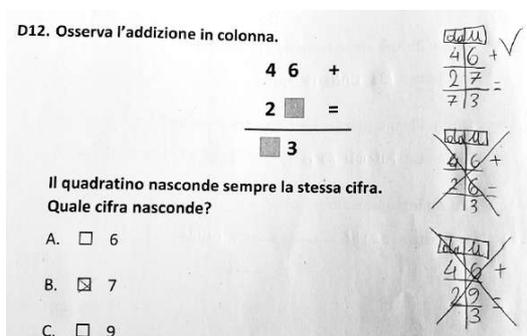
b. Quale libro è piaciuto molto a tre bambini?
Risposta: RICCIOLI D'ORO

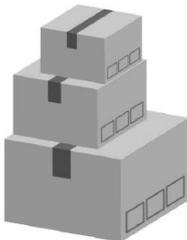
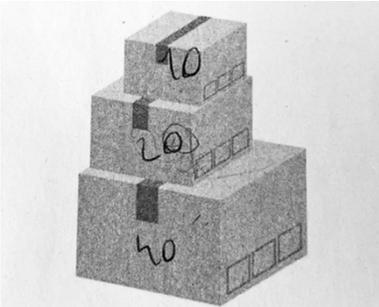
c. Chi ha letto un solo libro?
Risposta: Axel e GRETEL

Il protocollo a destra mette in luce una simile difficoltà, in questo caso legata alla richiesta dell'item (c), *chi ha letto un solo libro*. La risposta fornita, "ASEL e GRETEL", fa riferimento al fatto che nella colonna relativa a quel libro compare una sola faccina.

In questo caso, l'attenzione è posta sulla lettura per colonna (interpretando quindi la richiesta come "il solo libro che è stato letto da un solo bambino") invece che su una lettura per righe (che permette di determinare "quali bambini hanno letto un solo libro"). Può aver inciso anche il fatto che, nello spazio per rispondere, fosse già presente il connettivo e (essendo previsti i nomi di due bambine), dal momento che l'unico titolo che lo contiene è proprio quello del libro scelto.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
<p>D11. Osserva queste figure.</p>  <p>FIGURA A FIGURA B FIGURA C</p> <p>Una delle seguenti affermazioni è vera. Quale?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Solo la figura A ha 6 lati</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Solo le figure A e C hanno 6 lati</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Tutte e tre le figure hanno 6 lati</p>		SPAZIO E FIGURE				
		DIMENSIONE				
		Argomentare				
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
		<p>TRAGUARDO Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Classificare numeri, figure, oggetti in base a una o più proprietà, utilizzando rappresentazioni opportune, a seconda dei contesti e dei fini.</i></p>				
		SCOPO DELLA DOMANDA				
		Individuare esagoni sulla base della loro classificazione				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
C	Item	Mancante	A	B	C	
	D11	2,8%	8,4%	27,7%	61,1%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI						
<p>La domanda richiede di individuare quale, tra le affermazioni date, classifica correttamente tutte le figure in base alla proprietà di possedere <i>6 lati</i>.</p> <p>L'opzione di risposta A individua l'esagono regolare (<i>FIGURA A</i>) come la sola figura geometrica che possiede 6 lati. L'opzione di risposta B individua la capacità di riconoscere nella famiglia degli esagoni sia quelli regolari sia quelli non regolari convessi (<i>FIGURA A</i> e <i>FIGURA C</i>), ma di escludere da essa le figure concave con sei lati (spesso escluse dalla trattazione didattica; <i>FIGURA B</i>).</p> <p>Strategie di ragionamento efficaci coinvolgono il conteggio dei lati delle tre figure fornite, attraverso la numerazione successiva dei lati oppure, in modo analogo, l'uso di segni per individuare ciascun lato.</p> <p>I protocolli qui sotto esemplificano queste due strategie.</p> <p>Nel protocollo a destra è interessante notare che la risposta scelta <i>Solo le figure A e C hanno 6 lati</i> è dettata dalla difficoltà di discernere, nella <i>FIGURA B</i>, il lato corto verticale in corrispondenza dell'angolo interno concavo.</p>						
						

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
<p>D12. Osserva l'addizione in colonna.</p> $\begin{array}{r} 46 \\ + 2\blacksquare \\ \hline \blacksquare 3 \end{array}$ <p>Il quadratino nasconde sempre la stessa cifra. Quale cifra nasconde?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 6</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 7</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 9</p>		NUMERI				
		DIMENSIONE				
		Conoscere				
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
		<p>TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.</p> <p>OBIETTIVO Conoscere con sicurezza le tabelline della moltiplicazione dei numeri fino a 10. Eseguire le operazioni con i numeri naturali con gli algoritmi scritti usuali.</p>				
		SCOPO DELLA DOMANDA				
		Individuare la cifra che completa un'addizione in colonna				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
B	Item	Mancante	A	B	C	
	D12	8,2%	38,5%	43,5%	9,8%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI						
<p>La domanda richiede di individuare la cifra nascosta dal quadratino nell'addizione in colonna mostrata. Entrambe le opzioni di risposta A e C rilevano difficoltà di comprensione del ruolo delle cifre nell'algoritmo dell'addizione.</p> <p>L'opzione A propone 6 come cifra nascosta dal quadratino, ossia la somma delle cifre delle decine (4 e 2) dei due addendi. In questo caso, non si tiene in considerazione un eventuale riporto derivante dalla somma delle due cifre delle unità. L'opzione C considera invece la somma 9 delle due cifre delle unità (6 e 3) che sono mostrate nell'addizione iniziale.</p> <p>Una strategia di ragionamento efficace consiste nel procedere per esclusione, sostituendo di volta in volta, al posto del quadratino una delle cifre proposte nelle opzioni di risposta. Il protocollo che segue esemplifica proprio tale strategia: il solo inserimento della cifra scelta al posto delle unità mancanti è sufficiente per scartare le due opzioni 9 e 6, come si evince dai diagrammi a margine del foglio. Due dei tentativi sono stati barrati, mentre solo nel tentativo in alto la cifra 7 compare sia al posto delle unità del secondo addendo sia al posto delle decine del risultato; un segno di "spunta" indica che, in quel caso, il risultato è quello cercato.</p>						
						

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D13. Irene ha messo i suoi libri in queste tre scatole: una PICCOLA, una MEDIA e una GRANDE.</p>  <p>I libri nella scatola MEDIA sono 10. I libri nella scatola GRANDE sono il doppio dei libri nella scatola MEDIA. I libri nella scatola PICCOLA sono la metà dei libri nella scatola MEDIA. Quanti sono in tutto i libri nelle scatole? Risposta: libri</p>		RELAZIONI E FUNZIONI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		<p>TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p>OBIETTIVO Classificare numeri, figure, oggetti in base a una o più proprietà, utilizzando rappresentazioni opportune, a seconda dei contesti e dei fini.</p>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Utilizzare le relazioni di doppio e metà fornite in un testo per risolvere una situazione problematica			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
35	Item	Mancante	Errata	Corretta	
	D13	8,4%	52,7%	38,9%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di determinare quanti sono i libri in due scatole di diversa grandezza sfruttando la loro relazione (rispettivamente <i>il doppio/la metà</i>) con i 10 libri presenti in una terza scatola, così da trovare il numero totale dei libri.</p> <p>Una difficoltà tipica, che si evince dai protocolli (come mostra l'esempio qui sotto), è legata al fatto di prendere 10 come il numero dei libri nella scatola PICCOLA per poi raddoppiare al passaggio alla scatola MEDIA e raddoppiare ancora al passaggio alla scatola GRANDE. Sebbene sia scorretto il punto di partenza del ragionamento, è interessante notare che le due relazioni esplicitate nel testo sono qui utilizzate, con la seconda relazione letta come "I libri nella scatola MEDIA sono il doppio dei libri nella scatola PICCOLA".</p>					
					
<p>Strategie di ragionamento efficaci prevedono di mantenere il controllo sul numero di libri in ciascuna scatola, partendo dalla corretta associazione della scatola MEDIA a 10 libri. I protocolli che seguono mostrano tre diversi modi di operare questo controllo: a sinistra, sono esplicitate le relazioni di doppio ($10 \times 2 = 20$), per i libri nella scatola "GRANDE", e di metà ($10 : 2 = 5$), per i</p>					

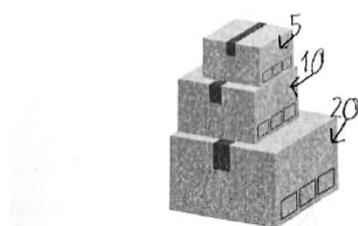
libri nella scatola "PICCOLA"; al centro, il numero di libri è indicato con una freccia direttamente sull'immagine per ciascuna scatola; a destra, i libri contenuti in ogni scatola sono abbozzati (in numero esatto) sulle pareti delle scatole nell'immagine.

Risposta: 35 libri

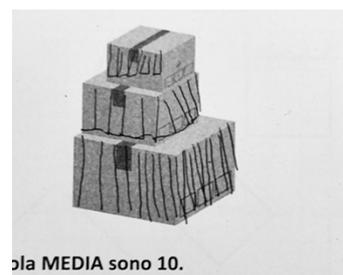
GRANDE: $10 \times 2 = 20$

PICCOLA $\rightarrow 10 : 2 = 5$

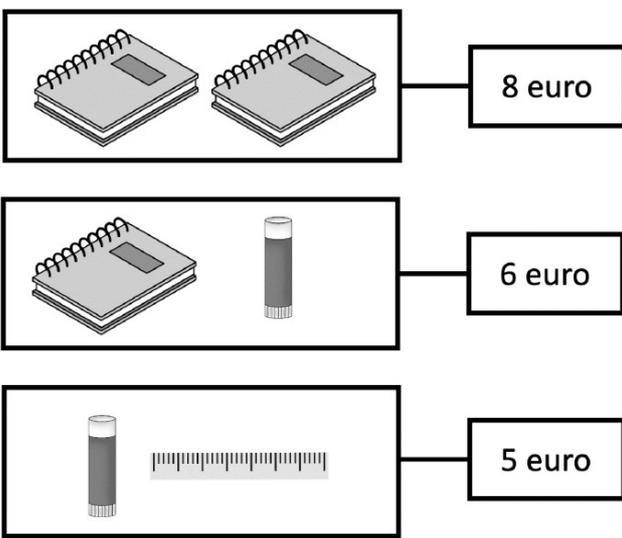
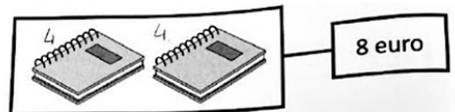
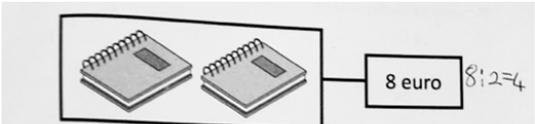
MEDIA $\rightarrow 10$

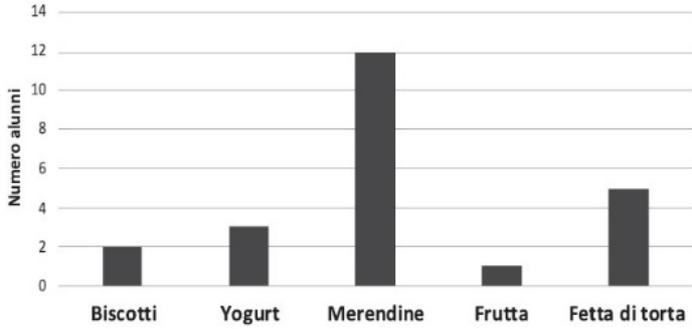
$$\begin{array}{r} 20 + \\ 10 + \\ 5 = \\ \hline 35 \end{array}$$


nella scatola MEDIA sono 10.



la MEDIA sono 10.

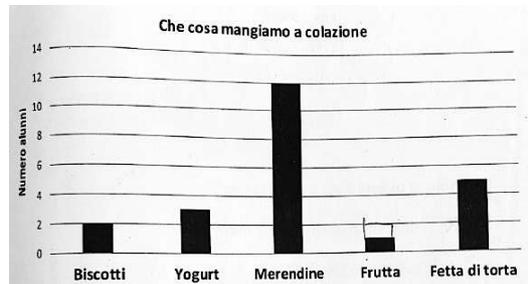
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
<p>D14. Osserva.</p>  <p>Quanto costa il righello?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 2 euro</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 3 euro</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 5 euro</p>		<p>RELAZIONI E FUNZIONI</p> <p>DIMENSIONE</p> <p>Risolvere problemi</p> <p>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</p> <p>TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p>OBIETTIVO <i>Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.</i></p> <p>SCOPO DELLA DOMANDA Attribuire il costo a un oggetto a partire dalle relazioni espresse in una sequenza di immagini</p>				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
B	Item	Mancante	A	B	C	
	D14	2,3%	14,7%	58,3%	24,8%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI						
<p>La domanda richiede di utilizzare le relazioni rappresentate mediante immagini per determinare il costo di un righello. Tali relazioni esprimono sempre il costo complessivo di due oggetti.</p> <p>Per rispondere alla domanda è necessario combinare le diverse informazioni fornite dalle immagini, ricavando dalla prima il costo di un quaderno (4 euro; infatti “2 quaderni costano 8 euro”), quindi il costo della colla dalla seconda immagine (2 euro; infatti “1 quaderno e 1 colla costano 6 euro” ed è noto il costo di un quaderno), infine il costo del righello dall’ultima immagine (3 euro; infatti “1 colla e 1 righello costano 5 euro” ed è noto il costo di una colla).</p> <p>I protocolli seguenti mostrano i singoli costi ricavati (a sinistra, direttamente sulle immagini) e le operazioni utilizzate per ricavarli (a destra, accanto ai costi complessivi).</p> <p>Nel protocollo a destra, è esplicitata la sottrazione “$5 - 2 = 3$” il cui risultato fornisce il costo del righello.</p>						
						
						
						

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																							
<p>D15. La maestra ha chiesto ai suoi alunni che cosa mangiano a colazione.</p> <p>Gli alunni hanno costruito il seguente grafico con i dati raccolti.</p> <p style="text-align: center;">Che cosa mangiamo a colazione</p>  <p>Utilizza i dati del grafico per completare la tabella.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>NUMERO ALUNNI</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Biscotti</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Yogurt</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Merendine</td> <td>.....</td> </tr> <tr> <td>Frutta</td> <td>.....</td> </tr> <tr> <td>Fetta di torta</td> <td>.....</td> </tr> </tbody> </table>			NUMERO ALUNNI	Biscotti	2	Yogurt	3	Merendine	Frutta	Fetta di torta	<p>DATI E PREVISIONI</p> <p>DIMENSIONE</p> <p>Risolvere problemi</p> <p>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</p> <p>TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.</i></p> <p>SCOPO DELLA DOMANDA Ricavare informazioni da un grafico per completare una tabella</p>											
	NUMERO ALUNNI																								
Biscotti	2																								
Yogurt	3																								
Merendine																								
Frutta																								
Fetta di torta																								
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																							
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>NUMERO ALUNNI</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Biscotti</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Yogurt</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Merendine</td> <td>.....12.....</td> </tr> <tr> <td>Frutta</td> <td>.....1.....</td> </tr> <tr> <td>Fetta di torta</td> <td>.....5.....</td> </tr> </tbody> </table>			NUMERO ALUNNI	Biscotti	2	Yogurt	3	Merendine 12	Frutta 1	Fetta di torta 5	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Item</th> <th>Mancante</th> <th>Errata</th> <th>Corretta</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>D15</td> <td>5%</td> <td>33,3%</td> <td>61,7%</td> </tr> </tbody> </table>	Item	Mancante	Errata	Corretta	D15	5%	33,3%	61,7%			
	NUMERO ALUNNI																								
Biscotti	2																								
Yogurt	3																								
Merendine 12																								
Frutta 1																								
Fetta di torta 5																								
Item	Mancante	Errata	Corretta																						
D15	5%	33,3%	61,7%																						
COMMENTI E OSSERVAZIONI																									
<p>La domanda presenta una situazione problematica in cui si richiede di completare una tabella ricavando le informazioni da un grafico a barre, che rappresenta gli stessi dati della tabella.</p> <p>Le informazioni mancanti riguardano il <i>numero di alunni</i> che a colazione mangiano uno specifico cibo: <i>Merendine, Frutta, Fetta di torta</i>. La risposta è considerata corretta se sono corretti tutti e tre i numeri inseriti nella tabella.</p> <p>Per rispondere alla domanda è necessario ricavare dal grafico il numero di alunni rappresentato dalle barre relative rispettivamente alle merendine, alla frutta e alla fetta di torta, focalizzando l'attenzione sull'altezza di queste.</p> <p>La metrica non unitaria del grafico sollecita l'attivazione di opportune modalità di controllo. I protocolli sotto mostrano due esempi.</p> <p>A sinistra, ai lati di ciascuna barra (eccezion fatta per la barra relativa alla frutta, che ha altezza 1), sono aggiunte nuove tacche che individuano le altezze intermedie a quelle delle linee orizzontali della griglia del grafico. A destra, lungo l'asse verticale, sono aggiunti i numeri "1", "3" e "5" che corrispondono alle altezze delle tre barre relative rispettivamente alla frutta, allo yogurt e alla fetta di torta (cioè, le barre la</p>																									

cui altezza non è esplicitata sull'asse verticale). In questo secondo caso, è inoltre interessante notare che sopra ciascuna barra è stato indicato il numero di alunni corrispondente, azione che permette poi di passare direttamente al corretto inserimento dei numeri in tabella.

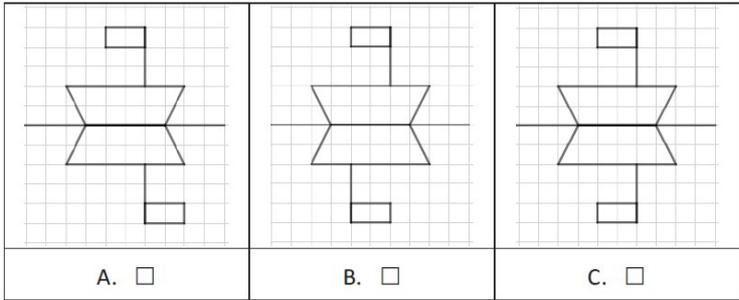


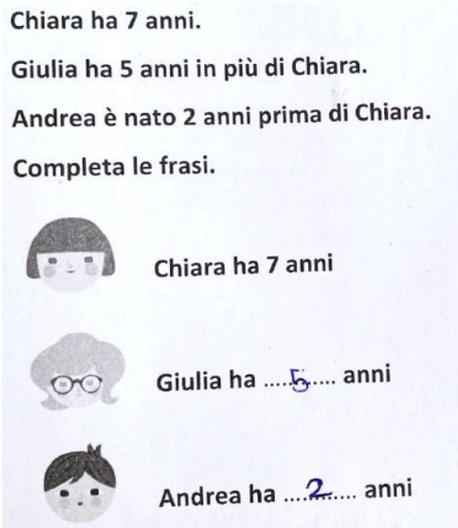
Un altro esempio di gestione della metrica è visibile nel protocollo che segue: la barra relativa alla frutta è qui allungata fino a raggiungere altezza 2, aiutando a comprendere la variazione unitaria ("2 NO 1" in tabella) e ad estendere il ragionamento alle altre barre del grafico.

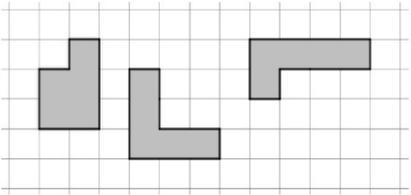
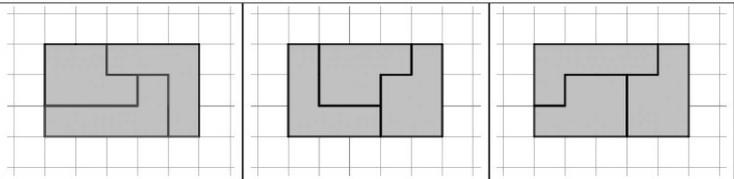


Utilizza i dati del grafico per completare la tabella.

	NUMERO ALUNNI
Biscotti	2
Yogurt	3
Merendine	12.....
Frutta	2 NO 1.....
Fetta di torta	5.....

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
<p>D16. Simone ha disegnato una barca che si riflette nell'acqua.</p> <p>Qual è il disegno di Simone?</p>  <p>A. <input type="checkbox"/> B. <input type="checkbox"/> C. <input type="checkbox"/></p>		SPAZIO E FIGURE				
		DIMENSIONE				
		Conoscere				
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
		<p>TRAGUARDO Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.</p> <p>OBIETTIVO <i>Disegnare figure geometriche e costruire modelli materiali anche nello spazio.</i></p>				
		SCOPO DELLA DOMANDA				
		Riconoscere la figura simmetrica di una figura data rispetto a un asse di simmetria				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
C	Item	Mancante	A	B	C	
	D16	5,7%	12,8%	14,1%	67,5%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI						
<p>La domanda richiede di riconoscere il disegno che presenta una simmetria assiale (una riflessione), richiamando l'immagine di <i>una barca che si riflette nell'acqua</i>.</p> <p>La barca è riconoscibile nella parte superiore del disegno, sopra l'asse di simmetria, e questa parte del disegno è identica in tutte le opzioni di risposta.</p> <p>Per riconoscere la simmetria e scegliere il disegno C è necessario porre l'attenzione sul modo in cui sono orientate le parti del disegno che raffigurano nello specifico una "bandiera" e la sua "asta", prima e dopo la riflessione (cioè, sopra e sotto l'asse).</p> <p>Nell'opzione A solo il rettangolo che rappresenta la bandiera non rispetta la simmetria (mentre le due aste sono simmetriche l'una dell'altra). Nell'opzione B solo l'asta non rispetta la simmetria, è invece ruotata di 180° rispetto al punto medio della base minore del trapezio.</p> <p>Queste opzioni individuano difficoltà tipiche legate alla capacità di riconoscere una coppia di figure simmetriche rispetto a una retta mantenendo il controllo su tutti gli elementi che le compongono.</p>						

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D17. Andrea, Chiara e Giulia sono tre fratelli.</p> <p>Chiara ha 7 anni.</p> <p>Giulia ha 5 anni in più di Chiara.</p> <p>Andrea è nato 2 anni prima di Chiara.</p> <p>Completa le frasi.</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  Chiara ha 7 anni </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;">  Giulia ha anni </div> <div style="display: flex; align-items: center;">  Andrea ha anni </div>		RELAZIONI E FUNZIONI			
		DIMENSIONE			
		Argomentare			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		<p>TRAGUARDO Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Argomentare sui criteri che sono stati usati per realizzare classificazioni e ordinamenti assegnati.</i></p>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Determinare le età di alcune persone sulla base delle relazioni espresse in un testo			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
12 - 9	Item	Mancante	Errata	Corretta	
	D17	4,6%	63,7%	31,8%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di determinare l'età di due fratelli desumendo le informazioni utili dalle relazioni temporali espresse nel testo iniziale. Il punto di partenza è l'età di <i>Chiara</i>, esplicitata sia nel testo sia nella sezione dedicata alle risposte.</p> <p>La risposta è considerata corretta se sono corrette tutte e due le età inserite.</p> <p>L'affermazione <i>Giulia ha 5 anni in più di Chiara</i> induce a impostare la relazione "Giulia è più grande di Chiara, di 5 anni", quindi veicola l'addizione $7+5$, che fornisce come risultato 12.</p> <p>Anche l'affermazione <i>Andrea è nato 2 anni prima di Chiara</i> esprime la relazione "Andrea è più grande di Chiara, di 2 anni", formulandola in modo diverso. In questo caso, $7+2$ fornisce come risultato 9.</p> <p>Una difficoltà qui è legata alla comprensione dell'espressione <i>prima di</i>, la quale può essere associata erroneamente alla sottrazione $7-2$, portando a fornire per <i>Andrea</i> la risposta <i>5 anni</i>.</p> <p>Un'altra difficoltà tipica consiste nel non tenere conto delle relazioni tra le età espresse nel testo (<i>in più di</i> e <i>prima di</i>) e nel trascrivere i soli dati numerici presenti, come si evince dal protocollo seguente.</p>					
					

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE				
<p>D18. Francesco ha tre tessere grigie come quelle disegnate qui sotto.</p>  <p>Francesco ha costruito un rettangolo con le tre tessere. Quale?</p>  <p>A. <input type="checkbox"/> B. <input type="checkbox"/> C. <input type="checkbox"/></p>	SPAZIO E FIGURE				
	DIMENSIONE				
	Risolvere problemi				
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
TRAGUARDO					
<p>Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p>					
OBIETTIVO					
<p>Disegnare figure geometriche e costruire modelli materiali anche nello spazio.</p>					
SCOPO DELLA DOMANDA					
<p>Riconoscere il rettangolo composto da tre poligoni dati</p>					

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE				
A	Item	Mancante	A	B	C
	D18	5,5%	64,9%	14,5%	15,2%

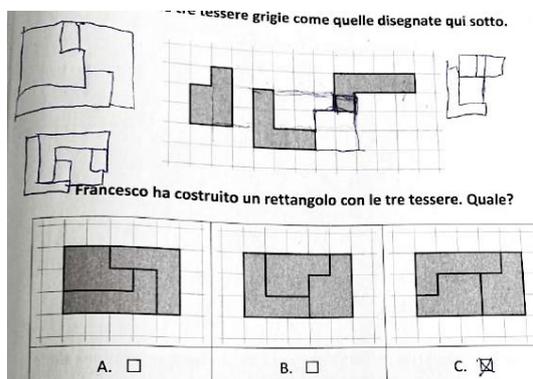
COMMENTI E OSSERVAZIONI

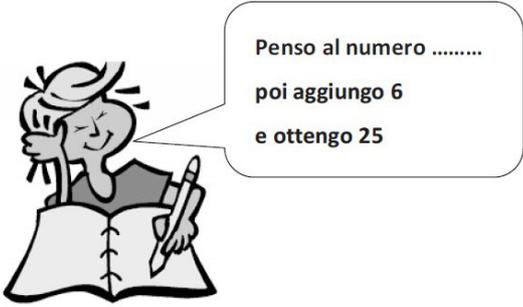
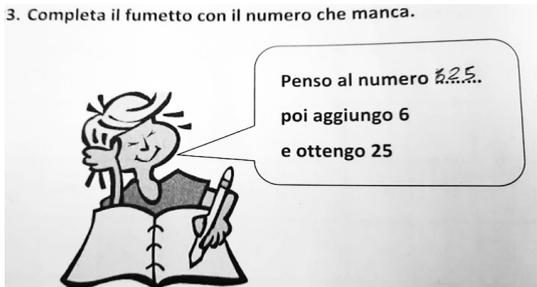
La domanda richiede di individuare il rettangolo che è stato ottenuto dalla composizione di tre poligoni dati (esagoni non regolari).

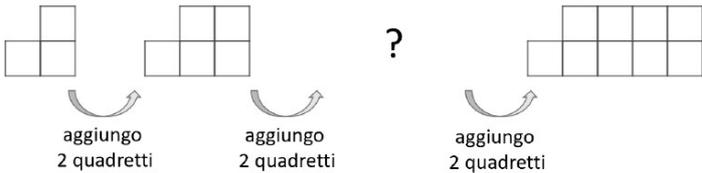
In tutte le opzioni di risposta è presente un rettangolo di dimensioni 5 e 3: le opzioni B e C propongono entrambe composizioni del rettangolo in cui uno dei poligoni dati è usato due volte. L'opzione A, la risposta corretta, è l'unica in cui sono presenti tutti e tre gli esagoni.

Strategie di ragionamento efficaci per rispondere alla domanda possono basarsi su punti di vista diversi, ma complementari, sulla situazione. È possibile procedere per esclusione, accorgendosi della ripetizione di un esagono in due opzioni di risposta su tre e riconoscendo quindi l'unico rettangolo che è formato esattamente dai tre esagoni dati. Oppure, è possibile immaginare movimenti dei tre esagoni nello spazio che permettano di comporli per ottenere il rettangolo.

Il protocollo sotto, dove la scelta ricade sull'opzione C (scorretta), mostra diversi tentativi di *immaginare composizioni possibili*: tentativi operati direttamente sulla griglia con le figure date; ma anche tentativi ai lati, da cui si evince la difficoltà di gestire la composizione dei tre esagoni in posizioni diverse da quelle con cui sono presentati nella domanda.



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D19. Completa il fumetto con il numero che manca.</p> 		NUMERI			
		DIMENSIONE			
		Argomentare			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.			
		OBIETTIVO Eseguire mentalmente semplici operazioni con i numeri naturali e verbalizzare le procedure di calcolo.			
		SCOPO DELLA DOMANDA Determinare l'addendo mancante in un'addizione espressa in forma verbale			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
19	Item	Mancante	Errata	Corretta	
	D19	9,9%	30,4%	59,8%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di completare un testo in cui è espressa verbalmente una relazione tra numeri: una addizione della quale sono noti solamente un addendo e la somma ed è necessario individuare l'addendo mancante.</p> <p>Strategie di ragionamento efficaci per rispondere "19" consistono nel partire dal numero 25 e "tornare indietro" facendo l'operazione inversa a quella menzionata nel testo (<i>aggiungo</i>), cioè <i>sottraendo</i> 6, oppure nel partire da 6 e individuare che, per ottenere 25, occorre <i>aggiungere</i> 19.</p> <p>Il protocollo sotto, a sinistra, mostra l'attuazione della prima strategia, ma si può osservare che il ragionamento inverso è adottato come verifica, per mantenere il controllo sull'operazione espressa nel testo ("$19+6 = 25$").</p>					
<p>2. Completa il fumetto con il numero che manca.</p> 		<p>3. Completa il fumetto con il numero che manca.</p> 			
<p>Il protocollo a destra rileva una difficoltà legata alla comprensione del testo: <i>aggiungo 6 e ottengo 25</i> si traduce qui nel giustapporre 6 e 25 nella scrittura del numero "625", come se il fumetto dicesse "Penso al numero 625 quando avvicino 6 a 25".</p> <p><i>Nota.</i> Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe quinta primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D20).</p>					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
<p>D20. Osserva.</p> <p>In questa sequenza manca la Figura 3.</p> <p>Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4</p>  <p>aggiungo 2 quadretti aggiungo 2 quadretti aggiungo 2 quadretti</p> <p>a. Quanti quadretti devi disegnare per ottenere la Figura 3?</p> <p>Risposta: quadretti</p> <p>b. La sequenza continua sempre con la stessa regola: una delle figure è composta da 13 quadretti. Quale?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> La Figura 13</p> <p>B. <input type="checkbox"/> La Figura 5</p> <p>C. <input type="checkbox"/> La Figura 6</p>		RELAZIONI E FUNZIONI				
		DIMENSIONE				
		Risolvere problemi				
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
		TRAGUARDO				
		<p>Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p>				
		OBIETTIVO				
		<p>Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.</p>				
RISPOSTA CORRETTA		SCOPO DELLA DOMANDA				
		<p>Individuare la relazione tra la posizione di una figura in una sequenza e il numero di elementi da cui è composta</p>				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
<p>a. 7</p> <p>b. C</p>		Item	Mancante	Errata	Corretta	
		D20a	8,6%	42,4%	49,1%	
		Item	Mancante	A	B	C
		D20b	9,6%	21,5%	23,3%	45,6%
COMMENTI E OSSERVAZIONI						
<p>La domanda richiede di discernere la struttura di una sequenza di figure, di cui alcune sono fornite attraverso un diagramma iniziale, mediante il quale sono esplicitati sia il punto di partenza (la <i>Figura 1</i>) sia la regola ricorsiva con cui la sequenza cresce: <i>aggiungo 2 quadretti</i> ripetuto a ogni passaggio. L'item (a) richiede in particolare di individuare il numero di quadretti necessari per ottenere la <i>Figura 3</i>, che non è disegnata ma sostituita da un punto interrogativo (?) nel diagramma iniziale. L'item (b) richiede uno sforzo immaginativo, sapendo che <i>la sequenza continua sempre con la stessa regola</i>. Infatti, introdotta nel testo l'esistenza di una figura della sequenza composta da 13 quadretti, la domanda chiede di scegliere tra diverse opzioni qual è la figura. Si tratta del problema inverso rispetto al precedente.</p> <p>L'opzione di risposta A rileva la confusione tra il numero associato a una figura (vale a dire, la sua posizione nella sequenza) e il numero di quadretti che la compongono, una difficoltà tipica presente in diversi protocolli.</p> <p>L'opzione di risposta B individua correttamente la scelta di una figura della sequenza in una posizione successiva a quella in cui si trova la <i>Figura 4</i>, ma prende in considerazione la prima figura possibile (la quinta), tralasciando il numero di quadretti da cui deve essere composta.</p> <p>Strategie di ragionamento efficaci per rispondere a entrambe le richieste consistono nell'operare direttamente sulle, o con le, figure, appoggiandosi al registro visivo.</p> <p>Ad esempio, nel caso dell'item (a), una volta disegnata la figura mancante (Figura 3), è possibile conteggiare i quadretti da cui è composta, numerandoli, e farlo anche per la figura precedente e per quella successiva, così da mantenere il controllo sul fatto che la regola (aggiungo 2 quadretti) sia verificata in entrambi i passaggi (protocollo sotto, a sinistra). Il segno di cancellazione che qui compare sui quadretti della Figura 4 con scritti i numeri "1" e "5", inoltre, sembra mettere in evidenza come la Figura 4 sia vista come un'estensione della Figura 3.</p>						

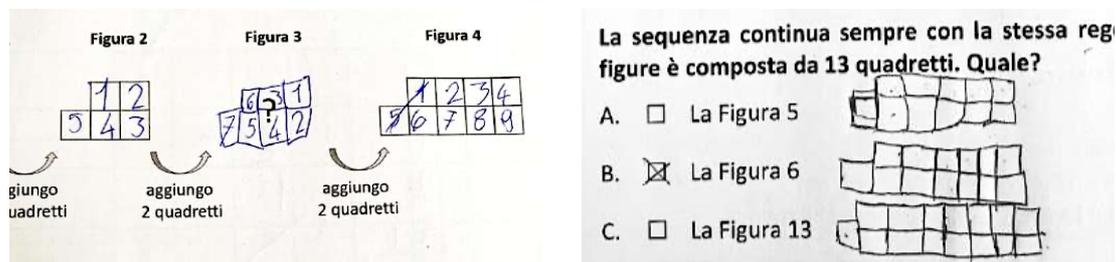


Figura 2 **Figura 3** **Figura 4**

giungo 2 quadretti aggiungo 2 quadretti aggiungo 2 quadretti

La sequenza continua sempre con la stessa regola: figure è composta da 13 quadretti. Quale?

A. La Figura 5

B. La Figura 6

C. La Figura 13

Nel caso dell'item (b), d'altra parte, una possibile strategia consiste nel riprodurre le figure che corrispondono ad alcune delle opzioni di risposta e nel conteggiare il numero di quadretti da cui sono composte (protocollo sopra, a destra): i puntini su ciascun quadretto delle figure disegnate lasciano intravedere proprio un processo di conteggio.

Il protocollo in questo caso mostra i disegni della Figura 5 e della Figura 6, ma anche della Figura 7 che permette di terminare la ricerca sulle opzioni, essendo composta da più di 13 quadretti.

Un elemento di difficoltà può essere legato a una comprensione della sequenza e dei segni utilizzati nel diagramma per descriverla. Nel protocollo che segue è visibile un esempio: lo spazio vuoto tra una figura e l'altra è completato con 2 quadretti aggiunti sia dopo la Figura 1 sia dopo la Figura 2, già disegnate (in riferimento alla regola ricorsiva indicata dalla freccia), mentre si osserva una mancanza di controllo sul numero di quadretti della Figura 3 e dopo di essa.

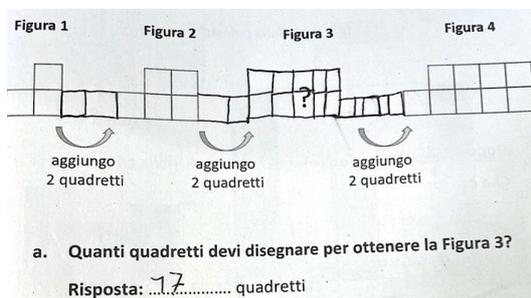


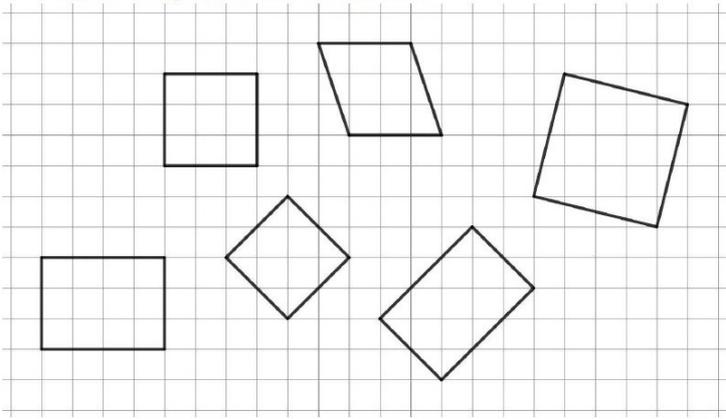
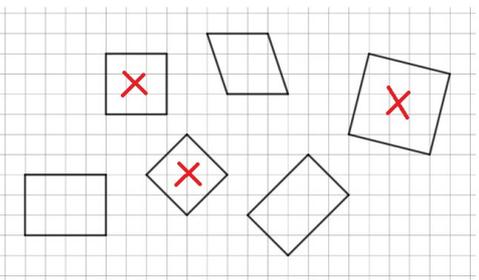
Figura 1 **Figura 2** **Figura 3** **Figura 4**

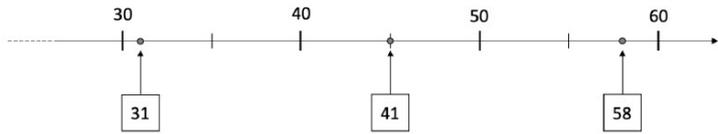
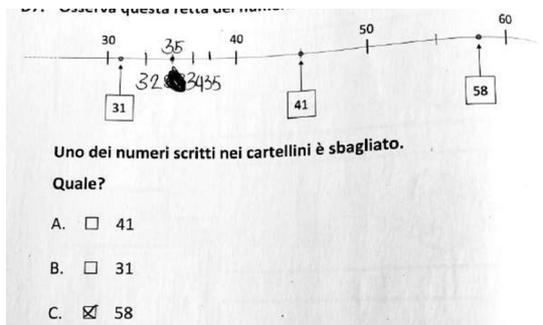
aggiungo 2 quadretti aggiungo 2 quadretti aggiungo 2 quadretti

a. Quanti quadretti devi disegnare per ottenere la Figura 3?

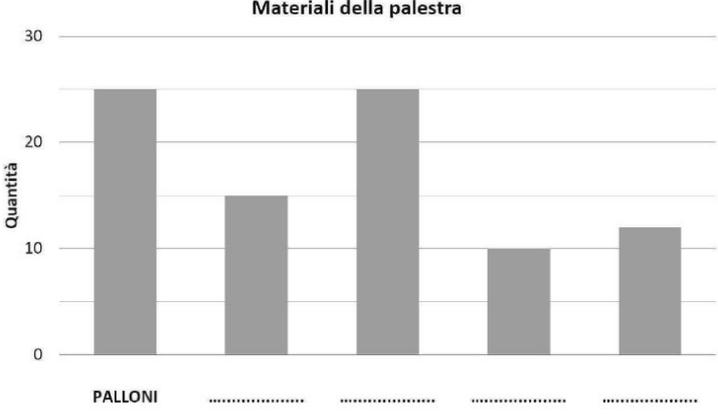
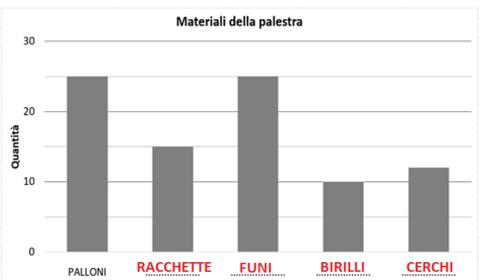
Risposta: 17 quadretti

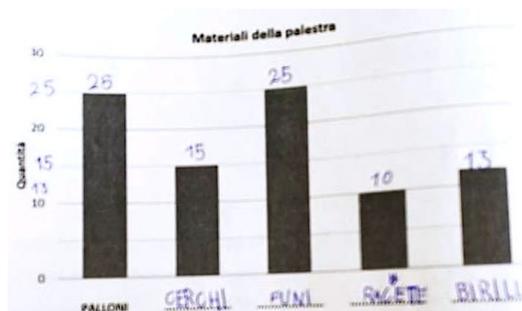
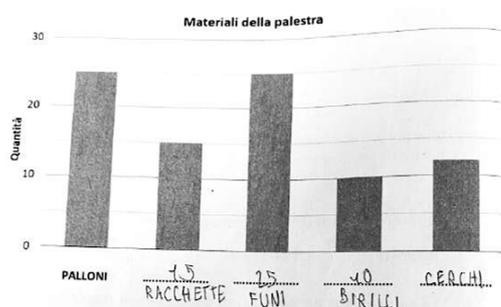
Nota. Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe quinta primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D21).

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D21. Su questa griglia ci sono sei figure. Tre sono quadrati. Indica i tre quadrati con una crocetta.</p> 		SPAZIO E FIGURE			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.			
		OBIETTIVO <i>Riconoscere, denominare e descrivere figure geometriche.</i>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Individuare i quadrati, anche in posizione non standard, tra i quadrilateri disegnati su una griglia			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D21	17,7%	18,4%	64%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di individuare i <i>tre quadrati</i> tra sei quadrilateri disegnati su una griglia quadrettata. La risposta è considerata corretta se sono indicate con una crocetta tutte e sole le tre figure quadrate. La quadrettatura fornita è un valido appoggio per il ragionamento: due dei quadrati, infatti, sono in posizione non standard, ruotati rispetto al sistema di riferimento fornito dalla griglia e richiedono dunque un maggiore controllo, a livello percettivo, sulle relazioni di congruenza e di perpendicolarità tra i lati, entrambe necessarie a definire le due figure come quadrati.</p> <p>Le altre figure <i>non</i> soddisfano una o nessuna delle due proprietà: due di esse sono rettangoli, uno in posizione standard e uno no (soddisfano solo la perpendicolarità tra lati adiacenti); la restante figura è un parallelogramma e dunque non soddisfa né la perpendicolarità né la congruenza dei quattro lati.</p> <p>Difficoltà tipiche nel riconoscimento dei quadrati in una tale situazione risiedono proprio nella capacità di discernere entrambe le proprietà definitorie, in particolare nei casi in cui una figura è ruotata rispetto alla griglia.</p> <p>Per questa ragione, il rettangolo in basso a sinistra nell'immagine è un buon attrattore: fornisce una figura che si avvicina molto al quadrato in posizione standard, rispettando uno dei vincoli.</p>					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
<p>D22. Osserva questa retta dei numeri.</p>  <p>Uno dei numeri scritti nei cartellini è sbagliato. Quale?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 31</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 41</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 58</p>		NUMERI				
		DIMENSIONE				
		Conoscere				
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
		TRAGUARDO				
		Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)				
		OBIETTIVO				
		Leggere e scrivere i numeri naturali in notazione decimale, avendo consapevolezza della notazione posizionale; confrontarli e ordinarli, anche rappresentandoli sulla retta.				
		SCOPO DELLA DOMANDA				
		Individuare il numero che non è posizionato correttamente sulla retta dei numeri				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
B	Item	Mancante	A	B	C	
	D22	6,4%	7%	50%	36,6%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI						
<p>La domanda richiede di individuare, tra tre numeri indicati sulla retta dei numeri mediante dei <i>cartellini</i>, quale di essi non si trova nella posizione corretta, facendo riferimento alla metrica della retta sulla base dei numeri forniti nell'intervallo compreso tra 30 e 60.</p> <p>Le tre opzioni di risposta introducono le tre sole possibilità, ovvero i tre numeri scritti nei cartellini. Sulla retta sono indicate le tacche delle decine con i relativi riferimenti numerici (30 – 40 – 50 – 60) e le tacche intermedie per agevolare l'interpretazione della posizione a metà tra due decine consecutive. Una strategia di ragionamento efficace fa uso proprio della tacca intermedia sulla quale è posizionato il numero 41, per concludere che quello è il numero <i>sbagliato</i> dal momento che non può trovarsi a metà tra 40 e 50, dove dovrebbe invece esserci 45. Gli altri due numeri scritti nei cartellini, 31 e 58, a loro volta offrono una modalità di controllo sulle distanze, poiché 58 fornisce (rispetto a 60) il doppio della distanza unitaria, data dall'intervallo tra 30 e 31. Un'altra strategia efficace risiede proprio in tale ragionamento, che prende come unico riferimento l'esattezza del posizionamento di 31 e 58 sulla retta.</p> <p>Il protocollo sotto mostra una difficoltà tipica di approccio alla retta e di gestione della metrica non unitaria.</p>						
						

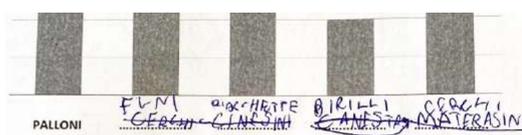
Dal protocollo si evince il tentativo di applicare la metrica unitaria nell'intervallo tra 30 e 40: "32" è inserito sopra una nuova tacca posta dopo il cartellino contenente 31; "33", poi cancellato, si trova nella medesima posizione di "35" scritto invece correttamente, proprio sopra la tacca a metà tra 30 e 40. Nonostante questa intuizione, la gestione dello spazio non sembra convincere e la scelta ripiega sulla risposta 58 come numero insolito che non è successivo a una decina, a differenza di 31 e 41.

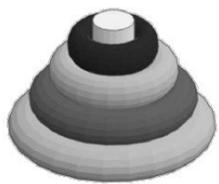
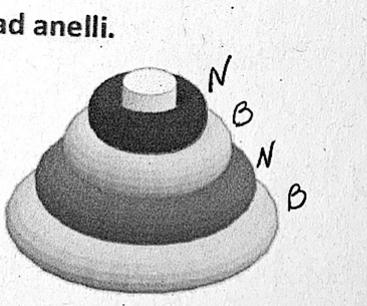
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D23. Questo grafico mostra i materiali che ci sono in una palestra, ma non è completo perché mancano alcuni nomi dei materiali.</p> <p style="text-align: center;">Materiali della palestra</p>  <p>Completa il grafico utilizzando queste informazioni:</p> <ul style="list-style-type: none"> • i PALLONI sono 25 • le FUNI sono tante quanti i PALLONI • le RACCHETTE sono 10 in meno dei PALLONI • i CERCHI sono più dei BIRILLI 		DATI E PREVISIONI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		<p>TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.</i></p>			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D23	11,4%	52,3%	36,3%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di inserire le etichette mancanti in un grafico a barre, decodificando da un testo le informazioni relative alle relazioni tra le quantità di diversi <i>materiali da palestra</i>, da trasferire poi alla rappresentazione grafica.</p> <p>L'informazione specifica che riguarda i <i>PALLONI</i> è già presente sul grafico e nel testo.</p> <p>Il secondo enunciato permette di individuare agevolmente il numero delle <i>FUNI</i> (25) mettendolo in relazione con il numero dei <i>PALLONI</i>, il terzo di ottenere che le <i>RACCHETTE</i> sono 15 (ancora in relazione al numero dei <i>PALLONI</i>).</p> <p>Rimangono infine da individuare le barre da associare ai <i>BIRILLI</i> e ai <i>CERCHI</i>: dall'ultimo enunciato segue che i cerchi corrispondono alla barra di altezza maggiore tra quelle rimaste finora escluse dal ragionamento, vale a dire la barra più a destra.</p> <p>Il protocollo sotto (a sinistra) mostra una strategia di risoluzione efficace per passare dal testo al grafico mantenendo il controllo sia sugli oggetti sia sulle loro frequenze relative ("<i>15 RACCHETTE</i>", "<i>25 FUNI</i>", "<i>10 BIRILLI</i>"; l'informazione numerica e l'informazione sul tipo di oggetto sono inserite assieme al posto delle etichette per le barre).</p>					

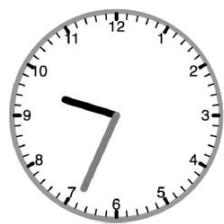
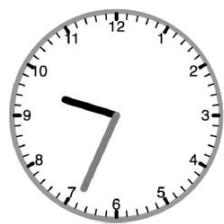
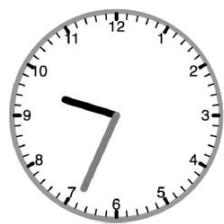
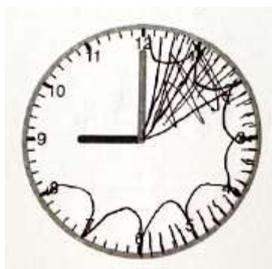
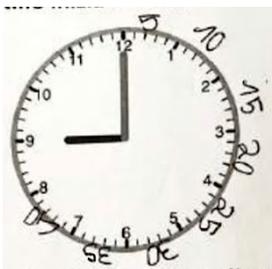


Il protocollo a destra, invece, mostra la difficoltà di tenere conto di tutti i vincoli posti nella decodifica numerica. Il numero delle funi è individuato facilmente e scritto sopra la barra (così come il numero dei palloni). L'enunciato relativo alle racchette è interpretato invece solo parzialmente, come "le racchette sono 10" (tralasciando la relazione con il numero di palloni), con il numero "10" aggiunto sopra la barra. A questo punto, cerchi e birilli sono attribuiti, anche se erroneamente, alle due barre rimanenti in modo da soddisfare la loro mutua relazione. Si intravede in tal caso anche la necessità di individuare sull'asse verticale i valori numerici attribuiti alle barre la cui altezza non corrisponde alle linee principali della griglia nel grafico (un esempio su tutti è l'inserimento di "13" in corrispondenza dell'altezza della barra individuata per i birilli).

Altri protocolli mostrano completamenti del grafico che, invece di fare uso esclusivamente delle informazioni e delle relazioni fornite nel testo, fanno riferimento anche a materiali generici presenti nella palestra della scuola (come, ad esempio, il "martello", il "canestro", i "materassini").



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE										
<p>D24. Osserva questa torre ad anelli.</p>  <p>Come si vede la torre dall'alto?</p> <table border="1" data-bbox="167 571 912 846"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>A. <input type="checkbox"/></td> <td>B. <input type="checkbox"/></td> <td>C. <input type="checkbox"/></td> </tr> </table>					A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	SPAZIO E FIGURE				
												
		A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>								
		DIMENSIONE										
		Conoscere										
RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.												
		TRAGUARDO										
		Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.										
		OBIETTIVO <i>Disegnare figure geometriche e costruire modelli materiali anche nello spazio.</i>										
		SCOPO DELLA DOMANDA										
		Individuare la vista dall'alto di un oggetto tridimensionale										
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE										
C	Item	Mancante	A	B	C							
	D24	4,8%	7,7%	7,2%	80,3%							
COMMENTI E OSSERVAZIONI												
<p>La domanda richiede di riconoscere due diverse rappresentazioni di un oggetto (una <i>torre ad anelli</i>): la vista in tre dimensioni, che è data, e la <i>vista dall'alto</i> (una rappresentazione bidimensionale), da scegliere tra tre opzioni di risposta.</p> <p>Le opzioni A e B insistono entrambe su difficoltà nel riconoscere l'opportuna sequenza di gradazioni di colore nella vista dall'alto della torre. Entrambe, infatti, contengono lo stesso numero di anelli della risposta corretta, ma nell'opzione B la gradazione più scura risulta ripetuta due volte, mentre nell'opzione A compaiono tutte le gradazioni di colore presenti nella rappresentazione tridimensionale, però in un ordine non corretto.</p> <p>Una strategia di ragionamento efficace per scegliere l'opzione corretta C consiste nell'attuare un controllo sul modo di variare della sequenza, ad esempio modellizzandola con la sequenza di lettere "NBNB" (N = nero, B = bianco), dall'anello centrale a quello più esterno (nell'esempio sottostante, vicino a ogni anello è riportata proprio la lettera corrispondente). Questa modellizzazione della situazione aiuta a gestire meglio la variabilità del colore e ad avere un riferimento assoluto, rispetto a un punto prefissato di partenza (quale può essere l'anello più piccolo, nella vista in tre dimensioni).</p>												
<p>torre ad anelli.</p> 												

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE										
<p>D25. Sono le ore 9 e Martino inizia a disegnare.</p>  <p>Dopo 40 minuti, Martino termina il suo disegno. Che ora indica l'orologio?</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>A. <input type="checkbox"/></td> <td>B. <input type="checkbox"/></td> <td>C. <input type="checkbox"/></td> </tr> </table>					A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	DATI E PREVISIONI				
												
		A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>								
		DIMENSIONE										
		Conoscere										
RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.												
		<p>TRAGUARDO Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).</p> <p>OBIETTIVO <i>Misurare grandezze (lunghezze, tempo, ecc.) utilizzando sia unità arbitrarie sia unità e strumenti convenzionali (metro, orologio, ecc.).</i></p>										
		SCOPO DELLA DOMANDA										
		Determinare l'ora di fine di un evento, sulla base dell'ora di inizio e della durata, utilizzando l'orologio analogico										
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE										
C	Item	Mancante	A	B	C							
	D25	5,7%	24%	15,4%	55%							
COMMENTI E OSSERVAZIONI												
<p>La domanda richiede di considerare su un orologio analogico l'ora di inizio di un dato evento (<i>le ore 9</i>, espressa anche nel testo) allo scopo di determinare l'ora indicata dall'orologio alla fine dell'evento, conoscendo l'intervallo di tempo intercorso (<i>40 minuti</i>).</p> <p>Le opzioni di risposta A e B indicano possibili letture errate dell'ora sull'orologio al termine dell'evento. L'opzione A rileva il riferimento a numeri presenti nel testo e associati alla posizione delle lancette sull'orologio: 9, per la lancetta più corta (delle ore) e 4, per la lancetta più lunga (dei minuti), come se il numero 4 sull'orologio corrispondesse a 40 minuti. L'opzione B si basa sul fatto di considerare prima il passaggio di 30 minuti, che porta la lancetta dei minuti a trovarsi in corrispondenza della mezz'ora, e poi ulteriori 4 minuti invece che 10, che fermano le lancette sulle 9:34.</p> <p>Strategie di risoluzione efficaci si appoggiano all'immagine iniziale per mantenere il controllo sul passaggio del tempo e sul significato della lancetta dei minuti. In entrambi gli esempi qui sotto, i 40 minuti sono suddivisi in <i>8 volte 5 minuti</i> e il passaggio di 5 minuti in 5 minuti è indicato sull'immagine dell'orologio, con un arco per ciascun intervallo temporale disegnato all'interno dell'orologio (a sinistra), oppure con intervalli di 5 minuti, indicati con multipli di 5 consecutivi all'esterno dell'orologio (a destra).</p>												
												

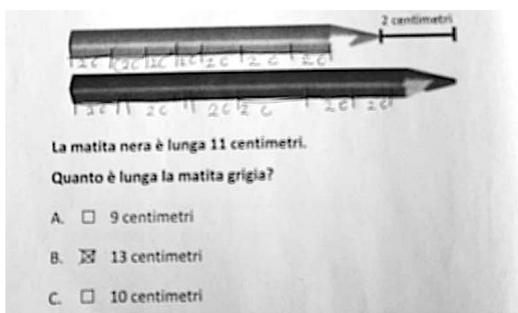
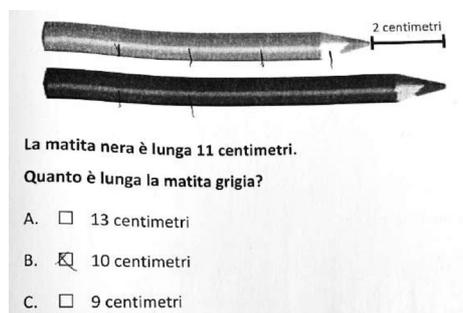
DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D26. Osserva l'immagine.</p>  <p>La matita nera è lunga 11 centimetri. Quanto è lunga la matita grigia?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 13 centimetri B. <input type="checkbox"/> 10 centimetri C. <input type="checkbox"/> 9 centimetri</p>	NUMERI
	DIMENSIONE
	Risolvere problemi
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
	<p>TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p>OBIETTIVO <i>Eeguire mentalmente semplici operazioni con i numeri naturali e verbalizzare le procedure di calcolo.</i></p>
SCOPO DELLA DOMANDA	
<p>Individuare una lunghezza a partire dai dati forniti in un'immagine e in un testo</p>	

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE				
C	Item	Mancante	A	B	C
	D26	5,1%	12,5%	17,4%	65,0%

COMMENTI E OSSERVAZIONI

La domanda richiede di individuare quanto è lunga una matita (*grigia*), mettendola a confronto con un'altra matita (*nera*), la cui lunghezza è nota (*11 centimetri*, espressa nel testo), e conoscendo la *differenza* tra le due misure (*2 centimetri*, indicata nella rappresentazione iniziale).

Per rispondere alla domanda è necessario sfruttare le due informazioni, quella fornita nel testo sulla lunghezza della matita nera e quella fornita nella rappresentazione sulla differenza tra le lunghezze. L'opzione di risposta A esprime il valore in centimetri che si ottiene addizionando i due dati presenti nello stimolo, vale a dire *11* e *2 centimetri*. L'opzione di risposta B intercetta la difficoltà tipica di calcolare la differenza tra *11* e *2* includendo nel conteggio anche il minuendo. *10 centimetri* può essere anche una sovrastima della misura corretta, frutto di valutazioni "a occhio" (come esemplificano i protocolli sotto).



A sinistra, i tentativi di misurazione fatti, con la ripetizione per quattro volte dell'intervallo di 2 centimetri sull'immagine della matita grigia, sono precisi, ma finiscono per portare a una sovrastima, perché è conteggiata interamente anche una quinta volta (*10 centimetri*). A destra, l'intervallo di 2 centimetri, indicato con "2c", è ripetuto più volte senza troppa precisione, portando a un errore di misura maggiore che induce alla scelta della lunghezza massima (*13 centimetri*).