INVALSI

SISTEMA NAZIONALE
DI VALUTAZIONE

Dalla proporzionalità ai modelli matematici fra tabelle, grafici ed espressioni algebriche

Un percorso dalla scuola primaria alla secondaria di II grado guidato dalle prove INVALSI

25 novembre 2020

Rossella Garuti
Andrea Maffia
Nicoletta Nollii

DI COSA PARLEREMO

Rapporti, proporzionalità e modelli matematici di crescita, come **competenza di cittadinanza**

Apprendimento a spirale: un percorso guidato dalle prove INVALSI dalla primaria alla secondaria di II grado

Considerazioni finali: nodi didattici e indicazioni curricolari

IL RAPPORTO

$$\frac{N.TAMPONI}{N.POSITIVI} \neq \frac{N.POSITIVI}{N.TAMPONI}$$

LA CRESCITA ESPONENZIALE

Come si diffonde Covid-19

Il rompicapo esponenziale

di Stefano Mancuso

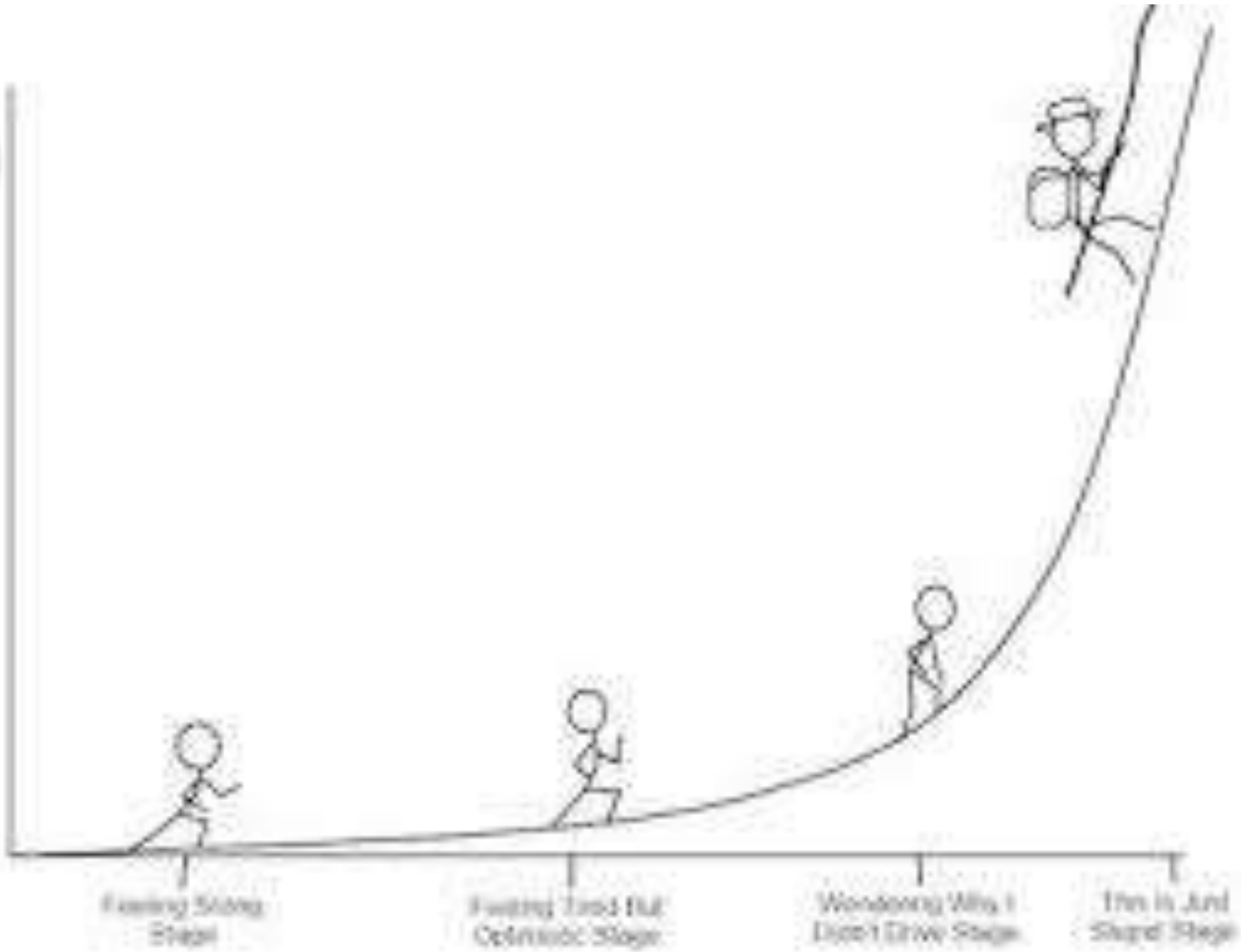
La Repubblica 29 10 2020

Sono certo che quasi tutti, per un motivo o per un altro, abbiano avuto la possibilità di vedere, nel corso della loro vita, un filmato qualunque che mostri la crescita batterica. Si vede un batterio che si divide in due, poi i due batteri diventano quattro, quindi otto, sedici e via raddoppiando finché lo spazio dell'inquadratura, che all'inizio del filmato era completamente vuota tranne che per un singolo batterio centrale, viene velocemente coperta da una densa e compatta superficie batterica. Si tratta di un tipico modello di crescita esponenziale.

esplosiva della crescita esponenziale. Lo sappiamo da tanto tempo. Oltre 40 anni fa una serie di esperimenti effettuati in Olanda da Willem Wagenaar e dai suoi colleghi accertò che mostrando ad un numero molto alto di persone un'ipotetica serie di valori di inquinamento atmosferico che partendo da un valore basso di 3 cresceva annualmente in modo esponenziale a 7, 20, 55 e, infine, 148, quando si chiedeva di predire intuitivamente quale sarebbe stato il valore di quest'indice in 5 anni, si ottenevano stime intorno al 10% del valore reale. Numerosi esperimenti successivi hanno osservato risultati simili

per cui nello stesso momento si trovano persone molto preoccupate come Giorgio Parisi e tanti altri che, invece, non riescono neanche a immaginare il motivo di tanta preoccupazione. Io non avrei dubbi su chi ascoltare.

"In realtà la vera comprensione di cosa sia una crescita esponenziale è molto rara. […] Nella nostra esperienza quotidiana non veniamo mai in contatto con crescite di questo tipo. Siamo abituati a modelli lineari.[…]. La mente umana non riesce a cogliere INTUITIVAMENTE la natura ESPLOSIVA della crescita esponenziale."



S. Mancuso, La Repubblica, 29/10/20

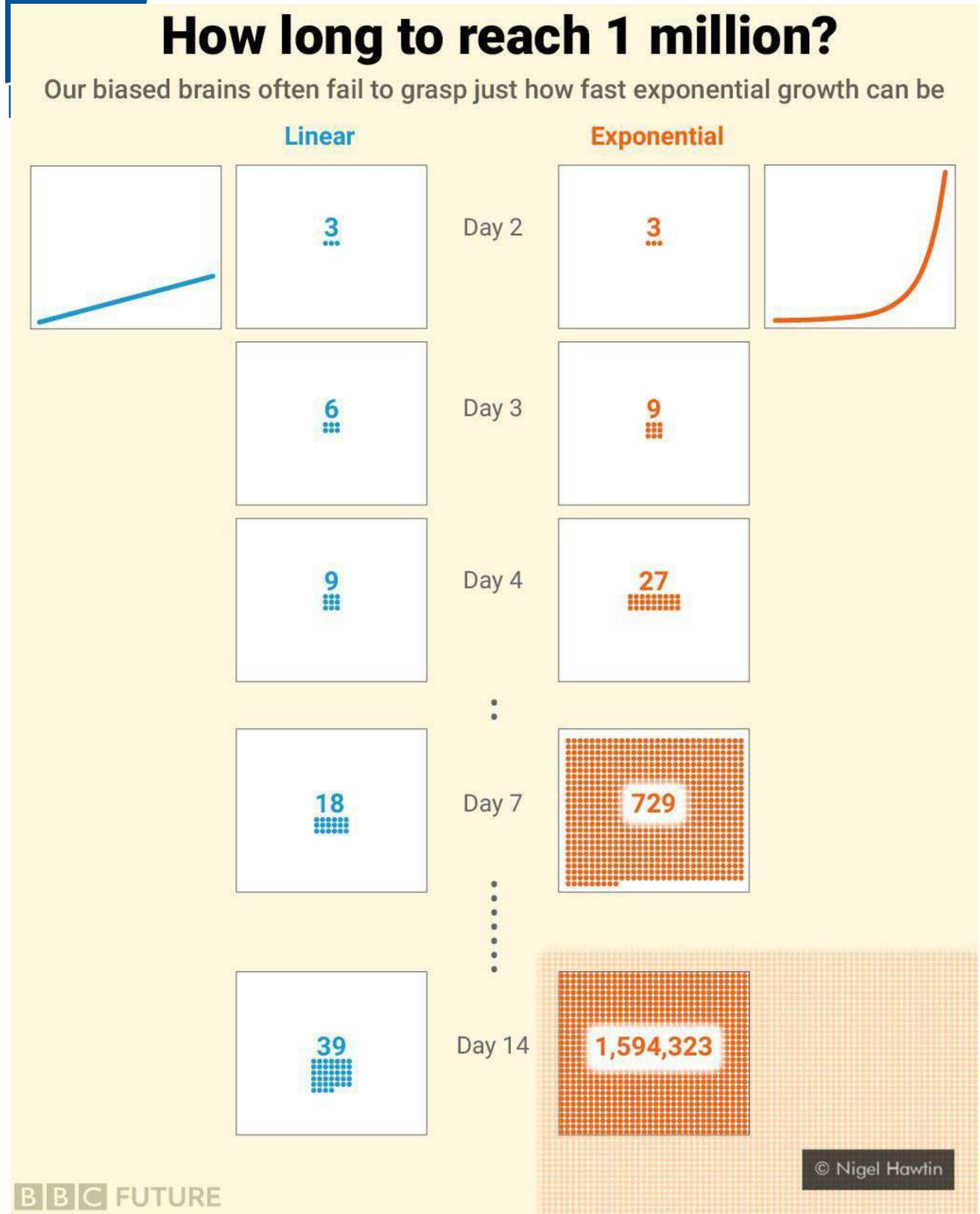
Exponential growth bias: The numerical error behind Covid-19

Il Corriere della sera, 20/8/20

«Immaginate che la vostra banca vi offra un piano che preveda la **duplicazione del valore depositato ogni tre giorni**, con un investimento iniziale di **un euro**. Quanto tempo vi occorrerebbe per diventare milionari: un anno? Sei mesi? 100 giorni?».

Inizia così — con una domanda alla quale molti di noi, con ogni probabilità, darebbero una risposta completamente errata un articolo della BBC. […]

La risposta alla domanda - per molti di noi sorprendente — è che occorrono molto meno di 100 giorni: **ne bastano 60**, e a quel punto il conto corrente mostrerebbe un saldo di 1.048.576 euro. Un mese più tardi, la cifra avrebbe superato il miliardo.



Exponential growth bias: The numerical error behind Covid-19

To understand the origins of this particular bias, we first need to consider different kinds of growth. The most familiar is "linear".
If your garden produces three apples every day, you have six after two days, nine after three days, and so on.
Exponential growth, by contrast, accelerates over time. Perhaps the simplest example is population growth; the more people you have reproducing, the faster the population grows. Or if you have a weed in your pond that triples each day, the number of plants may start out low – just three on day two, and nine on day three – but it soon escalates (see diagram, below).

La Matematica per il cittadino 2001, 2003, 2004

«L'educazione matematica deve contribuire, insieme con tutte le altre discipline, alla formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica»

UMI, MIUR, SIS

QUESITO pre-test_2017 G13 item 3

Classe V sec.di II grado

Modello di crescita esponenziale

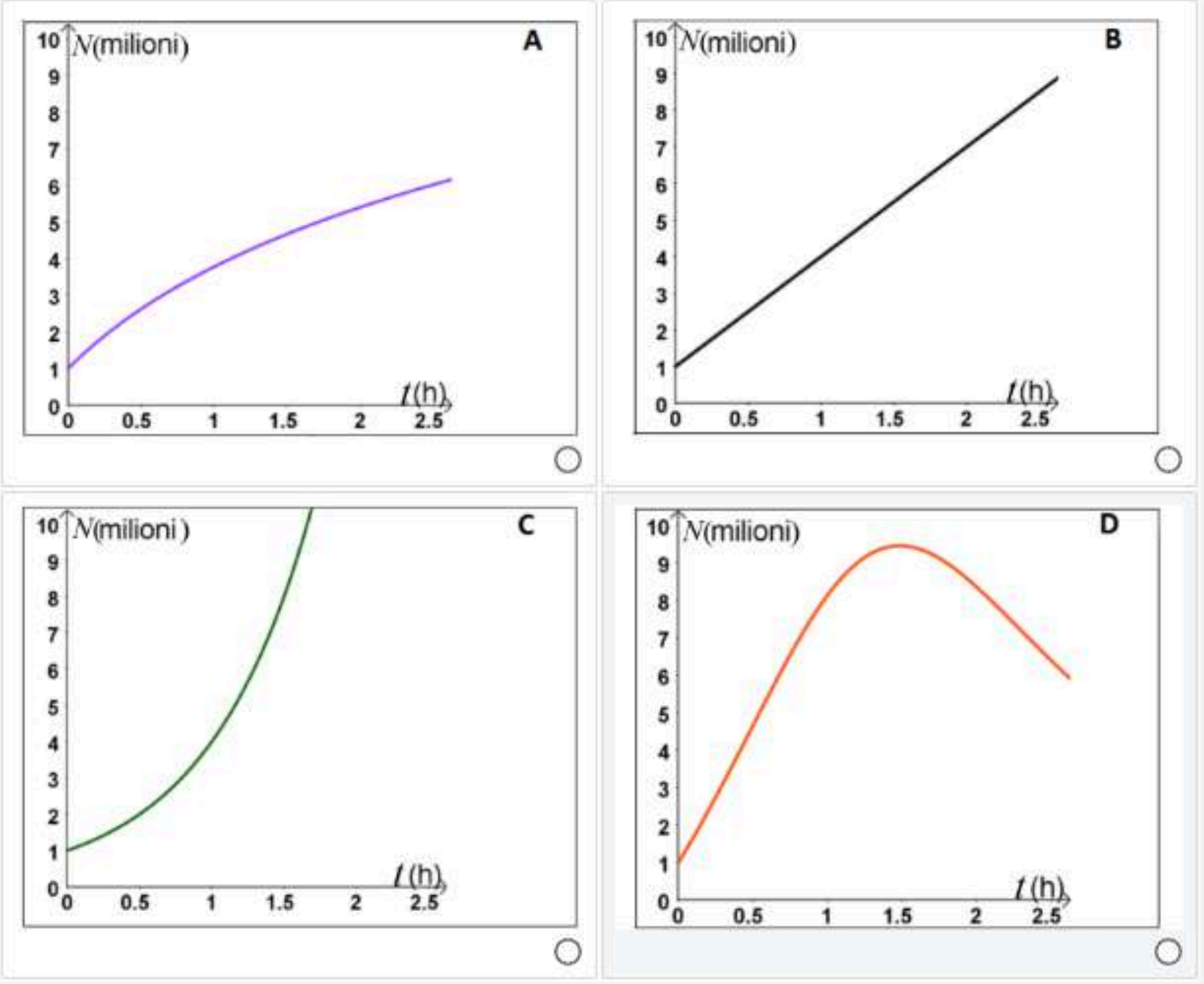
Domanda

Una popolazione di batteri, inizialmente composta da un milione di individui, viene coltivata in laboratorio. La legge $N(t) = 2^{2t}$ fornisce il numero N di batteri in milioni, in funzione del tempo t, espresso in ore (h).

Domanda 3/3

Quale dei seguenti grafici può rappresentare la popolazione *N* in funzione del tempo *t*?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

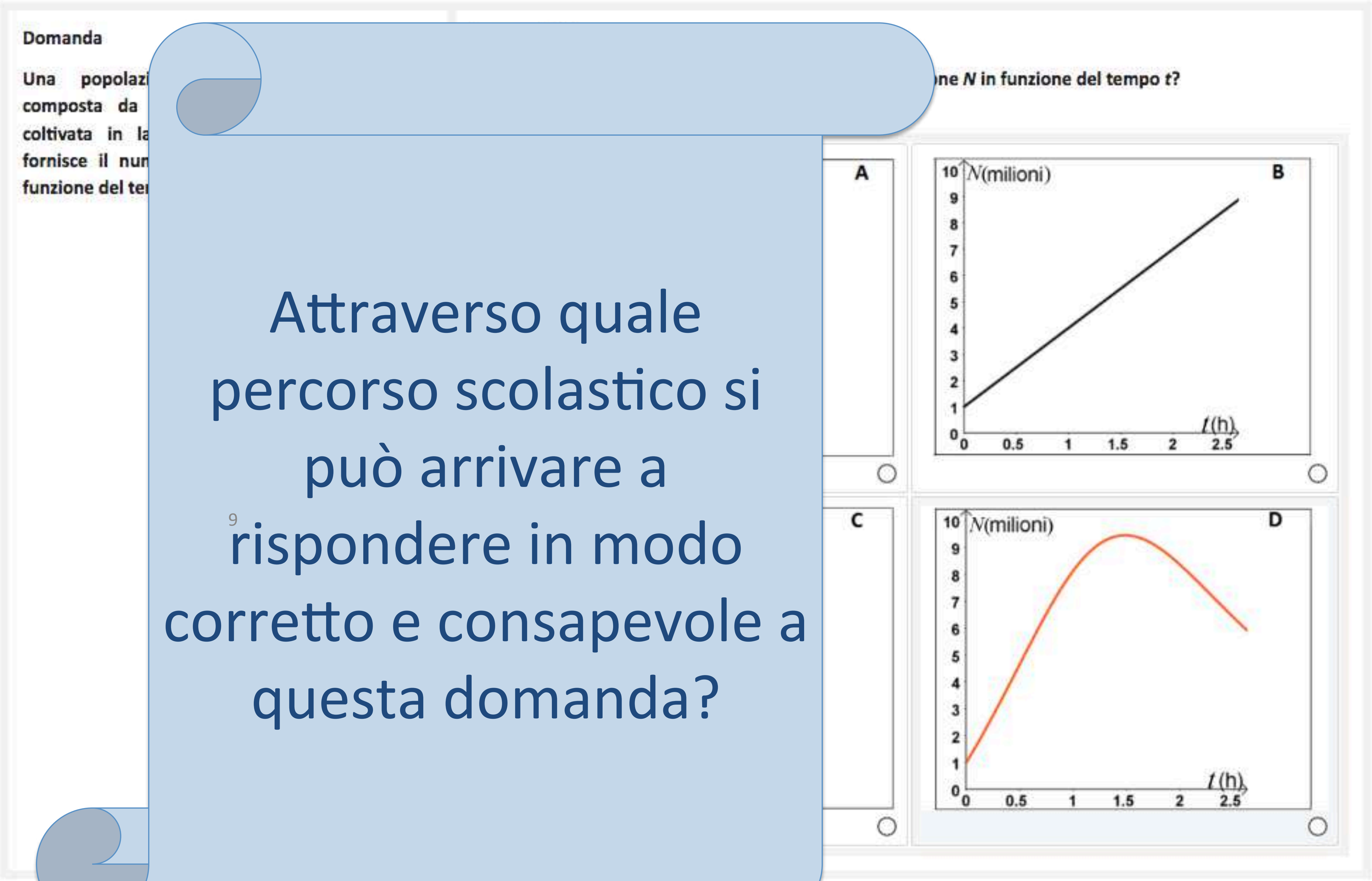


COMING SOON

QUESITO pre-test_2017 G13 item 3

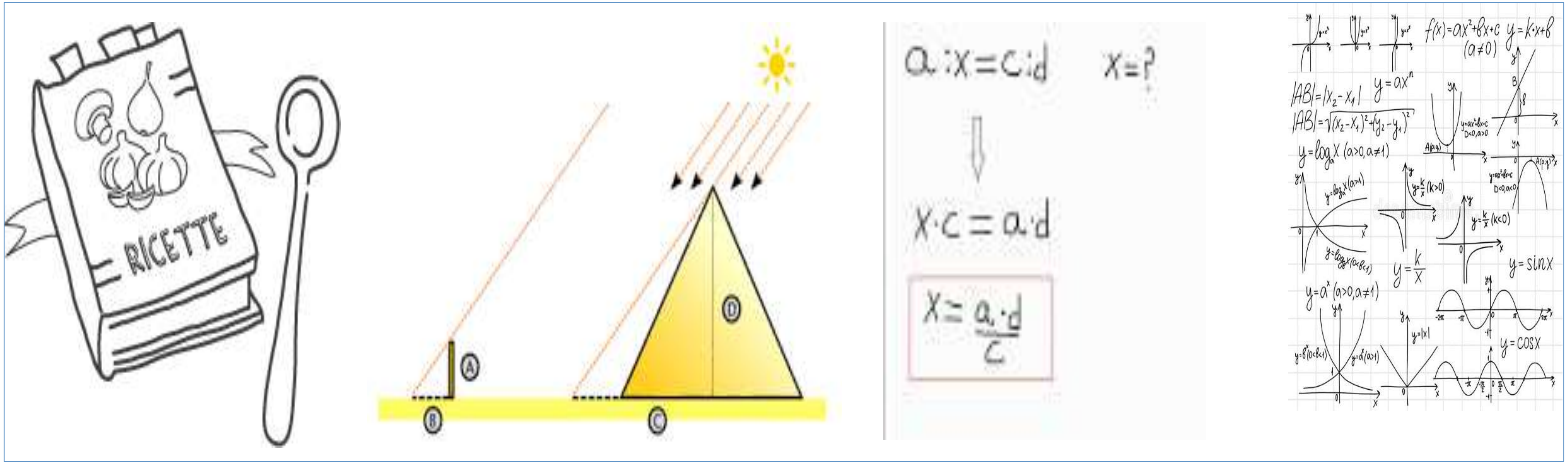
Classe V sec.di II grado

Modello di crescita esponenziale



Attraverso quale percorso scolastico si può arrivare a rispondere in modo corretto e consapevole a questa domanda?

Perché la proporzionalità?



- È un campo di esperienza dove radicare concetti fondanti come il concetto di rapporto, di uguaglianza di rapporti, il concetto di funzione e di modellizzazione matematica di fenomeni
- È un esempio paradigmatico di continuità fra ordini di scuola

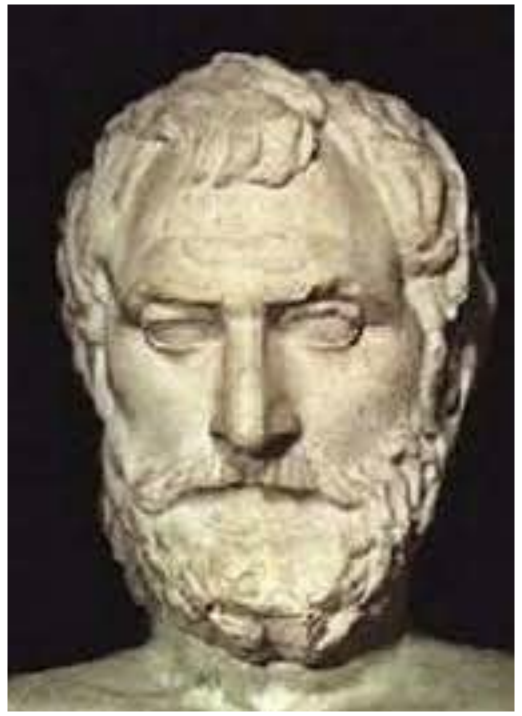
INVALSI

Perché la proporzionalità?

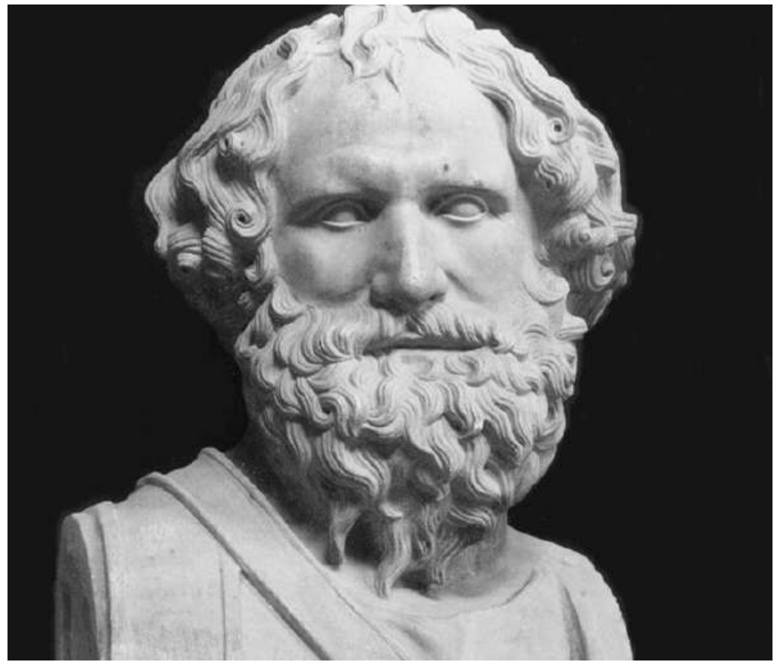
Lo sviluppo storico del concetto di rapporto e della relazione di proporzionalità ci può dare indicazioni sul nostro percorso didattico.

- Ombre del sole e altezza della piramide (Talete)
- Relazioni di proporzionalità fra grandezze di tipo fisico (Archimede)
- Velocità e tempo nella caduta dei gravi (Galileo)

Nella matematica di oggi la relazione di proporzionalità diretta è un caso particolare di funzione e si rappresenta come $y=kx$



TALETE



ARCHIMEDE

GALILEO

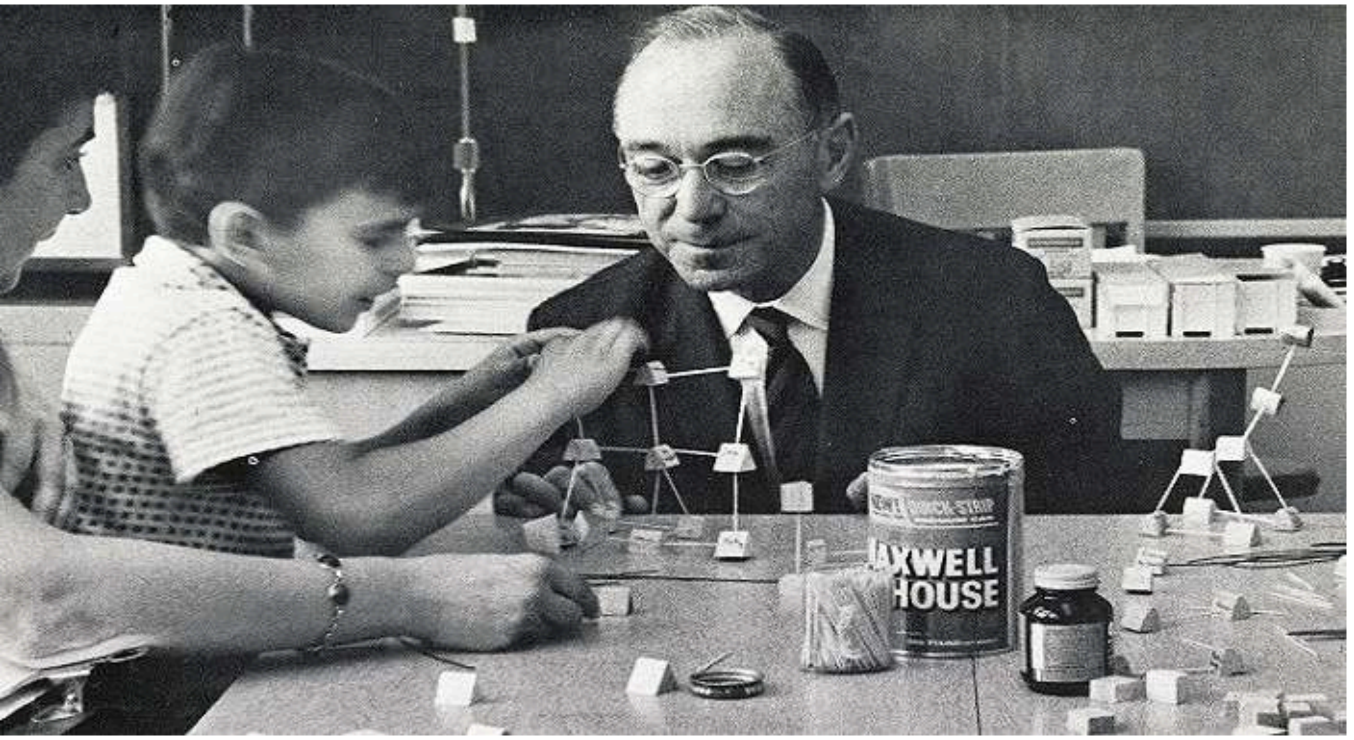
INVALSI

Perché le prove INVALSI?

- Le prove INVALSI e i loro risultati mettono in risalto difficoltà e problematiche che se non prese in carico permangono, come vedremo, fino alla fine del percorso scolastico.

- Le prove INVALSI possono, a nostro avviso, fornire uno spunto per la costruzione di un percorso in continuità fra ordini di scuola diversi. Il QDR delle prove di matematica è lo stesso per tutti gli ordini di scuola.

Perché le prove INVALSI?



J. S. Bruner
1915-2016

Curricolo a spirale: *“l’idea cioè che nell’insegnamento di un argomento si debba partire da una spiegazione “intuitiva” che sia pienamente alla portata dello studente, per poi risalire con moto circolare a una spiegazione più formale o più strutturata finché, con tutti i passaggi che possono risultare necessari, l’allievo abbia capito l’argomento o la materia in tutto il suo potere generativo”* [J. *Bruner, 1997]*

INVALSI

SCUOLA PRIMARIA

Indicazioni Nazionali classe terza primaria	Indicazioni Nazionali classe quinta primaria
• Contare oggetti o eventi, a voce e mentalmente, in senso progressivo e regressivo e per salti di due, tre, ... • Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.	• Operare con le frazioni e riconoscere frazioni equivalenti. • Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane. • Riprodurre in scala una figura assegnata [...]. • Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o figure.

QUESITO D11_2011 G02

Classe II primaria

D11. La mamma di Luca per fare 2 panini ha usato:

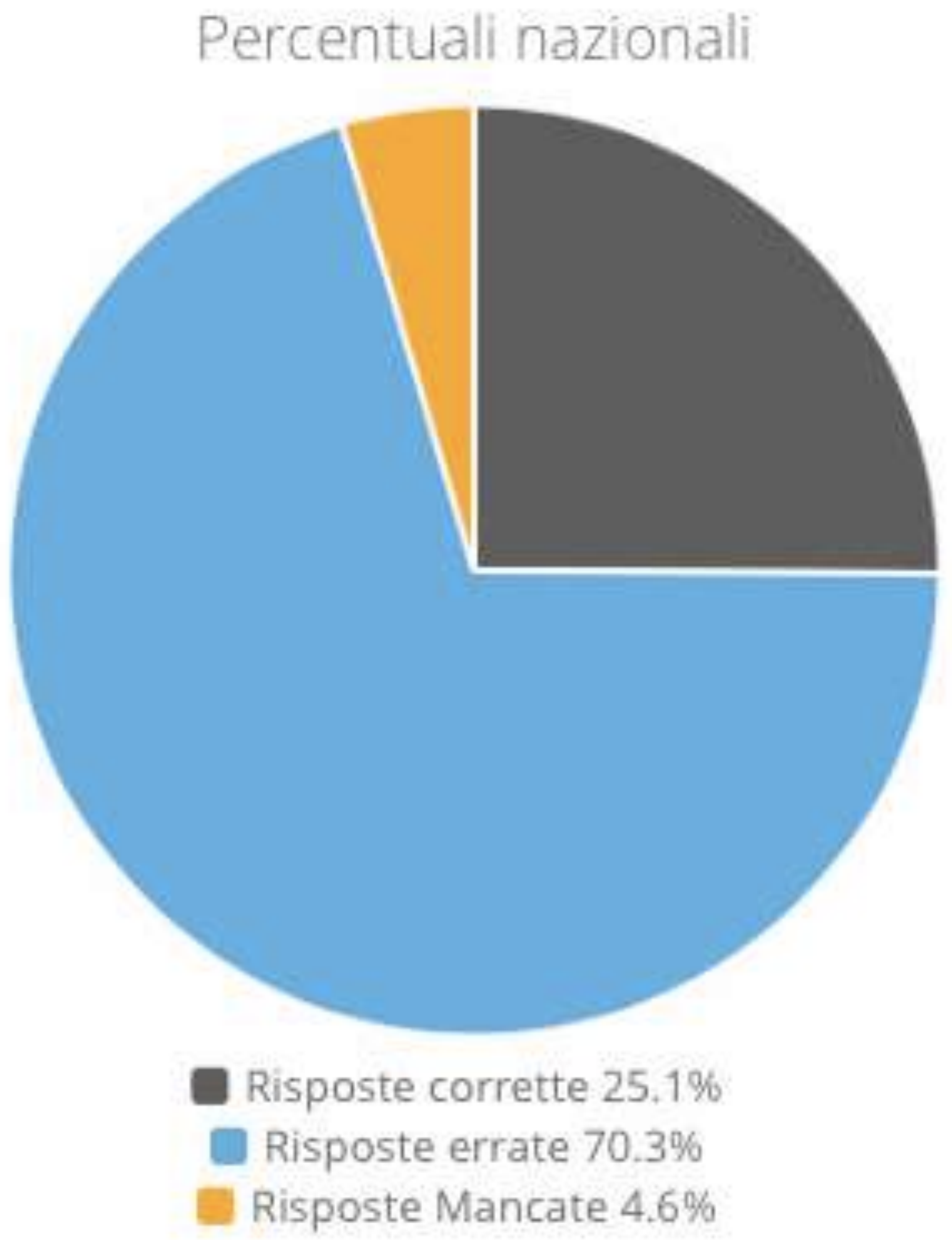
- **4 fette di pane;**
- **2 fette di prosciutto cotto;**
- **1 mozzarella.**

Per fare 4 panini ha bisogno di:

- ...8... fette di pane;
- ...4... fette di prosciutto cotto;
- ...2... mozzarelle.

QUESITO D11_2011 G02

Risultati



D11. La mamma di Luca per fare 2 panini ha usato:

- **4 fette di pane;**
- **2 fette di prosciutto cotto;**
- **1 mozzarella.**

Per fare 4 panini ha bisogno di:

- …8… fette di pane;
- …4… fette di prosciutto cotto;
- …2… mozzarelle.

Additivo vs moltiplicativo

+

Modello additivo

Per fare due panini in più servono 4 fette di pane in più, quindi aggiungo 4 a tutte le quantità ottenendo così 6 fette di prosciutto e 5 mozzarelle

ERRORE FREQUENTE

×

Modello moltiplicativo

Per fare il doppio dei panini servono il doppio degli ingredienti, quindi moltiplico per 2 tutte le quantità ottenendo così 4×2 fette di pane, 2×2 fette di prosciutto e 1×2 mozzarelle

QUESITO D11_2013 G05

Classe V primaria

D11. Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?

Risposta: ......30.......................

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

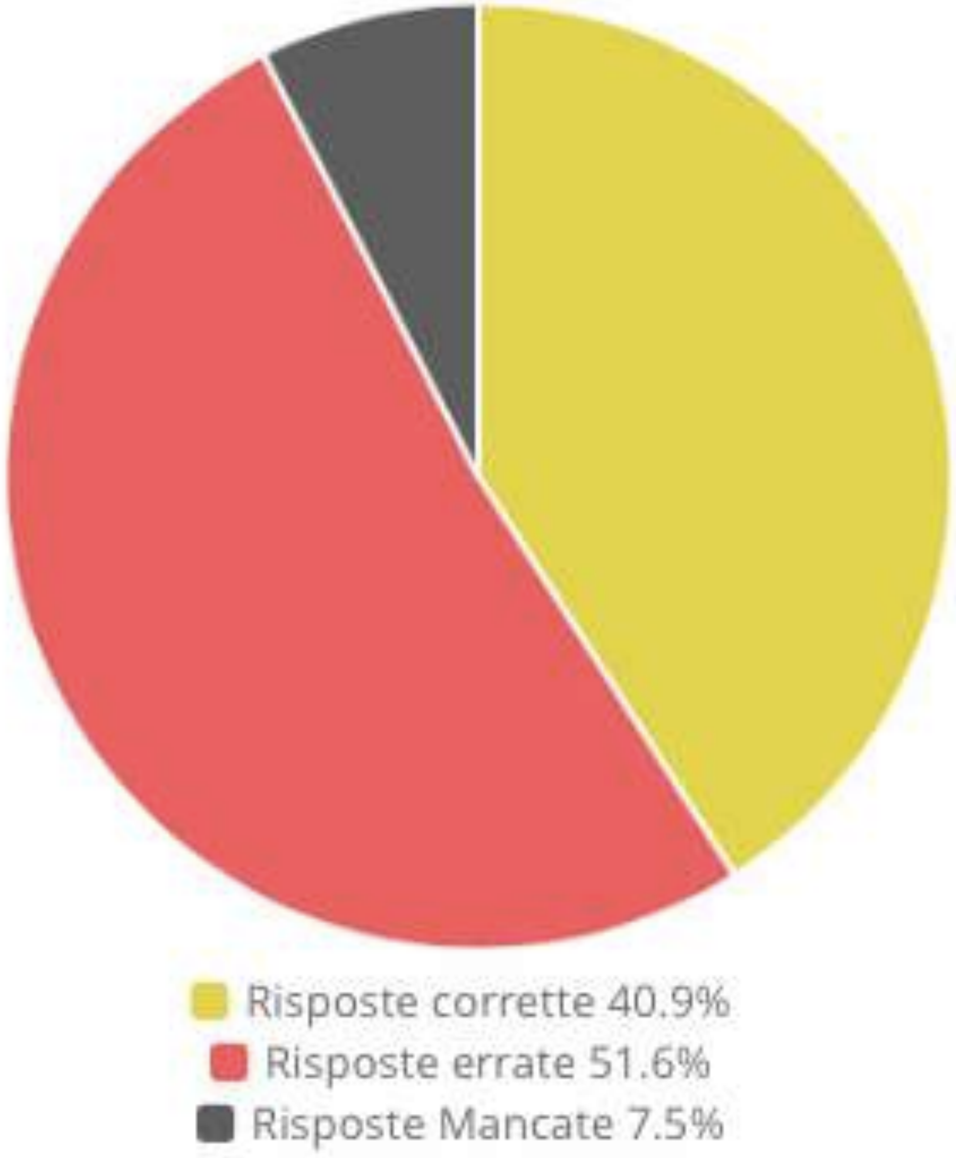
....

....

....

QUESITO D11_2013 G05

Percentuali nazionali



Risultati item a

D11. Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?

Risposta: ....30............

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

....

....

....

Esempi di strategie risolutive

MODELLO ADDITIVO

La differenza viene considerata costante nonostante i numeri ottenuti non siano realistici

D11. **Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.**

a. **Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?**

Risposta: Dovrà USARE 22 gomitoli

b. **Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.**

Prima ho fatto 6-4=2, dopo al 20 ho aggiunto 2 e mi é venuto 22

Esempi di strategie risolutive

MODELLO MOLTIPLICATIVO

Viene individuato il rapporto unitario, ovvero il numero di gomitoli necessari per una sola tovaglietta

1,5 =
100
20-
300

M1305D11A0 - M1305D11B0

D11. Per preparare 4 tovagliette all'uncinetto la nonna utilizza 6 gomitoli di cotone.

a. Quanti gomitoli dello stesso tipo dovrà utilizzare per preparare 20 tovagliette?

Risposta: ......30..........................

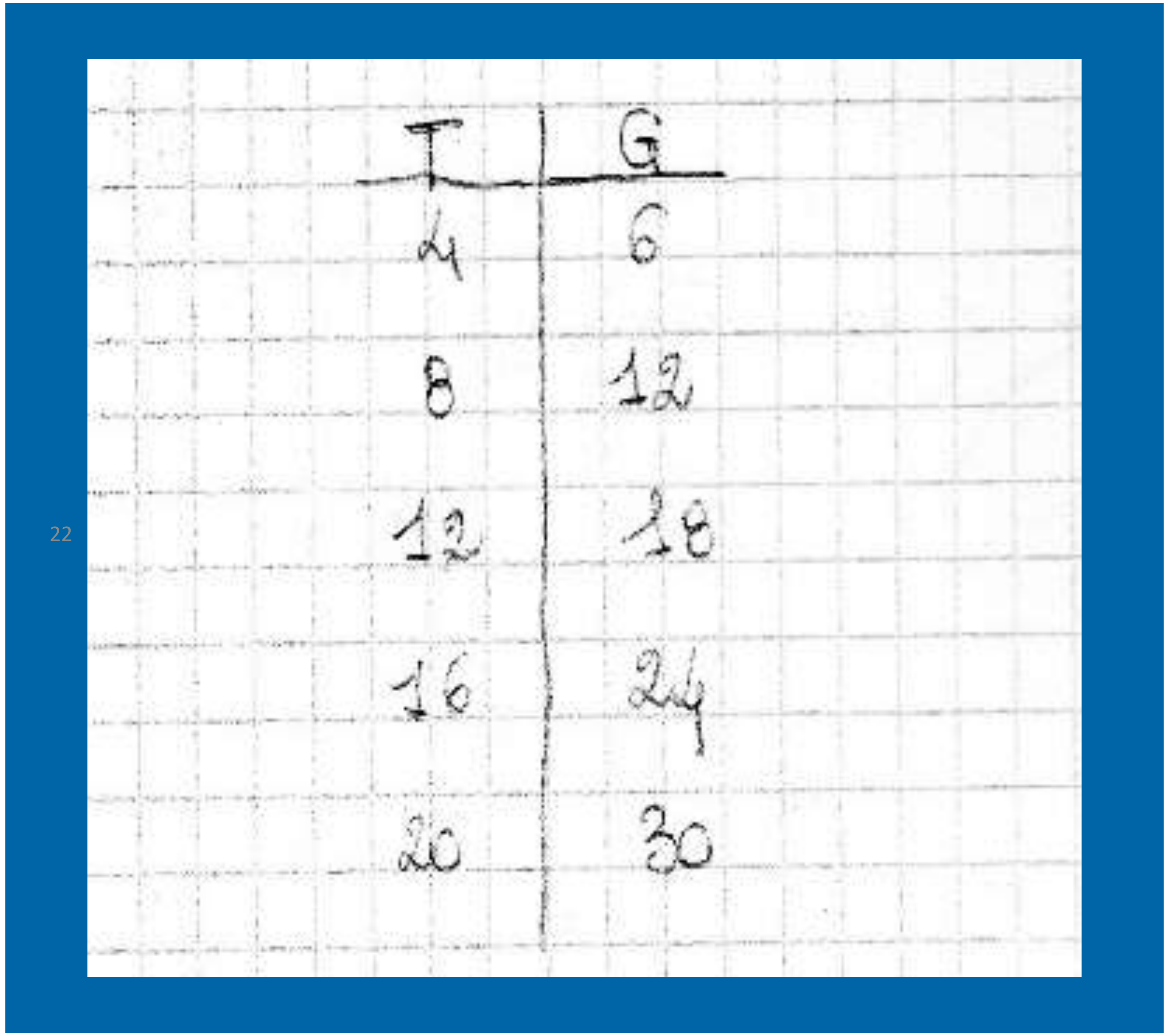
b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta.

La nonna utilizza un gomitolo e mezzo per preparare una tovaglietta quindi io ho fatto così = 20 X 1,5 = 30

Esempi di strategie risolutive

APPROCCIO FUNZIONALE

Viene riportata la sequenza numerica che descrive la relazione tra il numero di tovagliette (T) e quello di gomitoli (G)



T	G
4	6
8	12
12	18
16	24
20	30

SCUOLA SECONDARIA DI I GRADO

Indicazioni Nazionali classe terza sec. di I grado

RAPPORTI E PROPORZIONI

- Esprimere la relazione di proporzionalità come un'uguaglianza di frazioni e viceversa.

FUNZIONI

- Usare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni empiriche o ricavate da tabelle, e per conoscere in particolare le funzioni del tipo $y= ax$, $y=a/x$, $y= ax^2$, $y=2^n$ e i loro grafici e collegare le prime due al concetto di proporzionalità.

INVALSI

DA UN’ATTIVITÀ IN CLASSE II

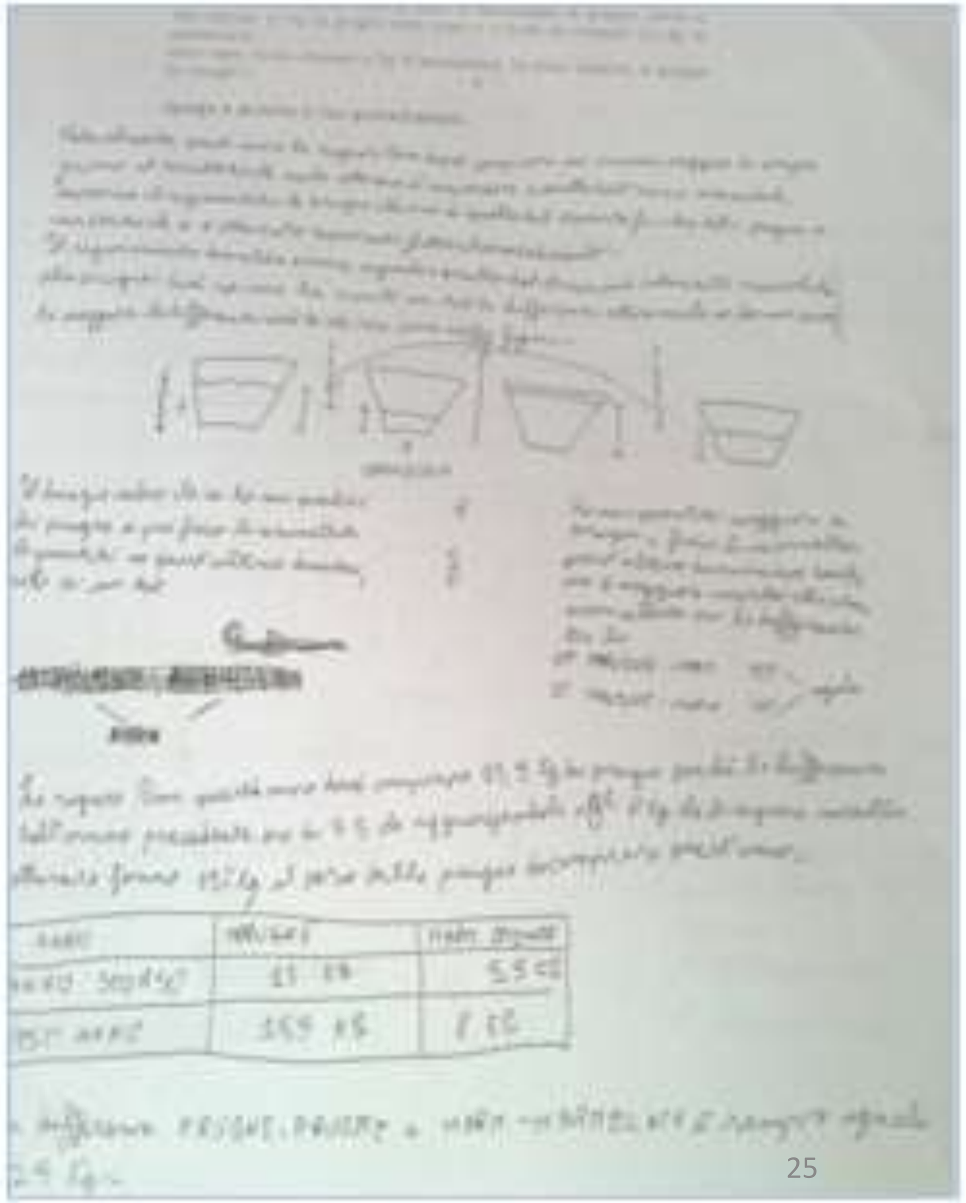
L’anno scorso la signora Pina ha fatto la marmellata di prugne; aveva a disposizione 13 kg di prugne dai quali è riuscita ad ottenere 5,5 kg di marmellata. Quest’anno vuole fare 8 kg di marmellata. Di quale quantità di prugne ha bisogno?

Spiega e motiva il tuo procedimento.

Dipendenza dai numeri nel problema: in questo caso l’aspetto discorsivo non aiuta. Il rapporto prugne marmellata è 2,36 che non induce a ragionare in termini di “numero di volte”.

INVALSI

ATTIVITÀ IN CLASSE: un esempio di strategia additiva



Naturalmente quest'anno la signora Pina dovrà comprare un numero maggiore di prugne siccome il risultato che vuole ottenere è superiore a quello dello scorso anno. Secondo me il ragionamento che bisogna attuare è quello del rapporto fra i due dati: prugne e risultato che si è ottenuto dopo aver fatto il procedimento.

Il disegno indica che se ho una quantità di prugne e poi faccio la marmellata quest'ultima diminuisce sempre di un tot. Anche se ho una quantità maggiore il tot sarà sempre uguale.

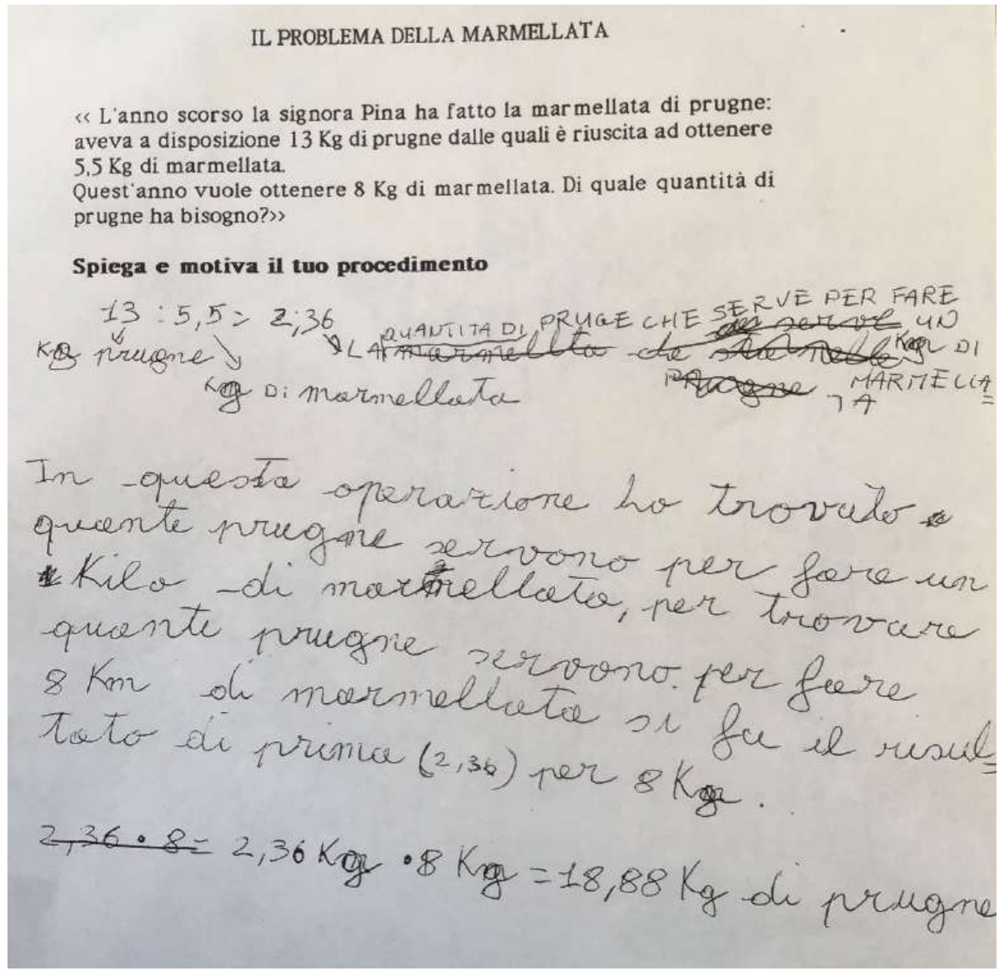
La signora Pina quest'anno dovrà comprare 15,5 kg di prugne perché la differenza dell'anno precedente era di 7,5 Kg che aggiungendola agli 8 che la signora vorrebbe ottenere fanno 15,5 kg, il peso delle prugne da comprare quest'anno.

Anno	*Prugne*	*Marmellata*
Anno scorso	*13 kg*	*5,5 kg*
Anno nuovo	*15,5 kg*	*8 kg*

La differenza prugne-prugne e marmellata-marmellata è sempre uguale a 2,5 kg

Modello additivo: *la differenza rimane costante!!*

ATTIVITÀ IN CLASSE: un esempio di riduzione all’unità o rapporto unitario


IL PROBLEMA DELLA MARMELLATA

« L'anno scorso la signora Pina ha fatto la marmellata di prugne: aveva a disposizione 13 Kg di prugne dalle quali è riuscita ad ottenere 5,5 Kg di marmellata.
Quest'anno vuole ottenere 8 Kg di marmellata. Di quale quantità di prugne ha bisogno?»

Spiega e motiva il tuo procedimento

13:5,5=2,36 quantità di prugne che serve per fare un kg di marmellata.
In questa operazione ho trovato quante prugne servono per fare un kilo di marmellata, per trovare quante prugne servono per fare 8 kg di marmellata si fa il risultato di prima (2,36) per 8 kg.
2,36x 8 kg =18,88 kg di prugne

Riduzione all’unità: una strategia utile sulla quale anche alunni più fragili riescono ad appoggiarsi è quella di **riduzione all’unità**: *quante prugne per 1kg di marmellata*?

INVALSI

QUESITO D27a_2013 G08

Classe III sec.di I grado

D27. Nella scuola "Nino Bixio" ci sono 600 studenti e un insegnante ogni 15 studenti.

a. **Quale proporzione permette di trovare il numero x degli insegnanti?**

A. ☐ x : 15 = 1 : 600

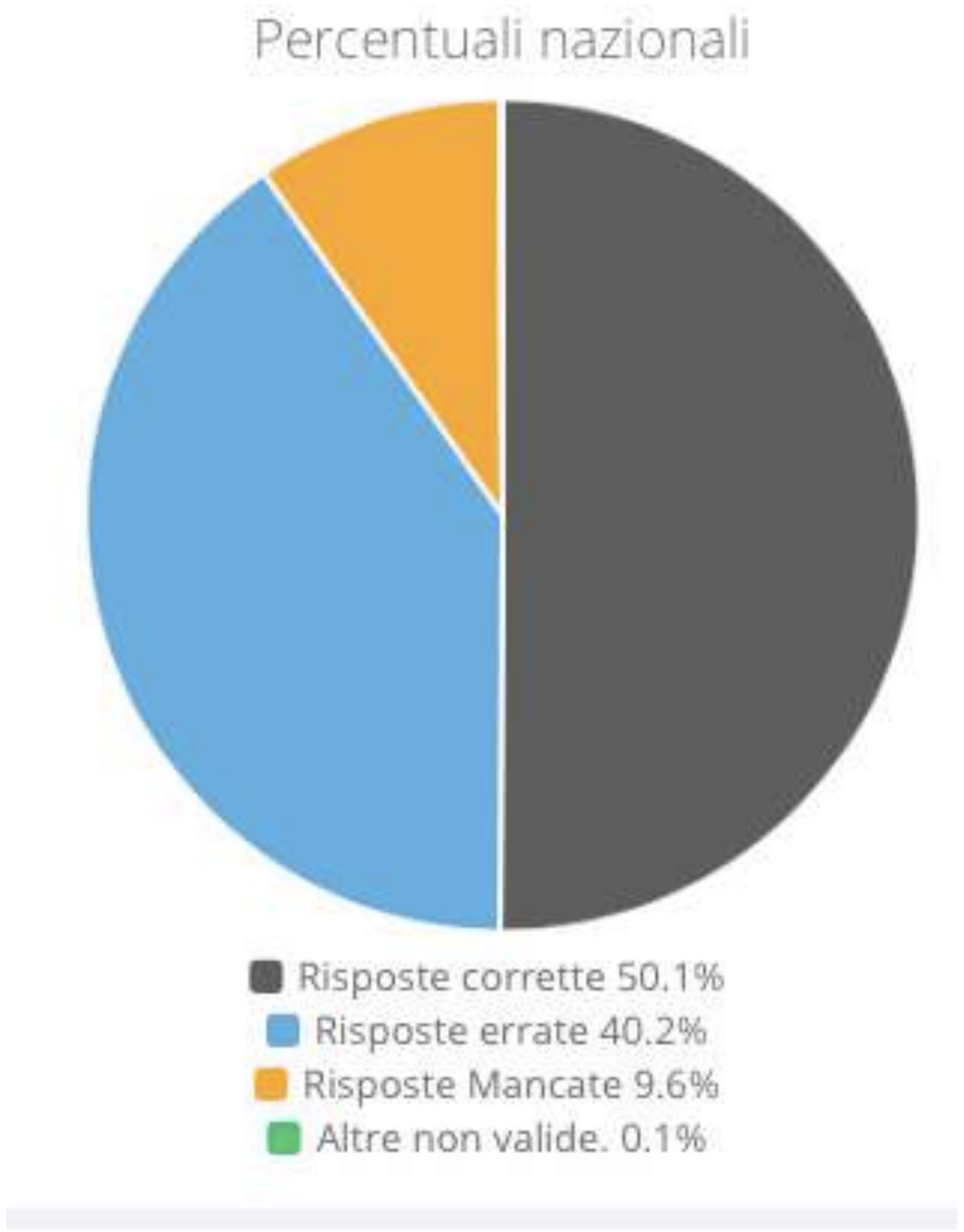
B. ☐ 15 : 1 = x : 600

C. ☒ 1 : 15 = x : 600

D. ☐ x : 1 = 15 : 600

Le proporzioni: uno strumento potente che deve essere interpretato e compreso come **uguaglianza di rapporti**

QUESITO D27a_2013 G08



Risultati

D27. **Nella scuola "Nino Bixio" ci sono 600 studenti e un insegnante ogni 15 studenti.**

a. **Quale proporzione permette di trovare il numero x degli insegnanti?**

A. ☐ x : 15 = 1 : 600

B. ☐ 15 : 1 = x : 600

C. ☒ 1 : 15 = x : 600

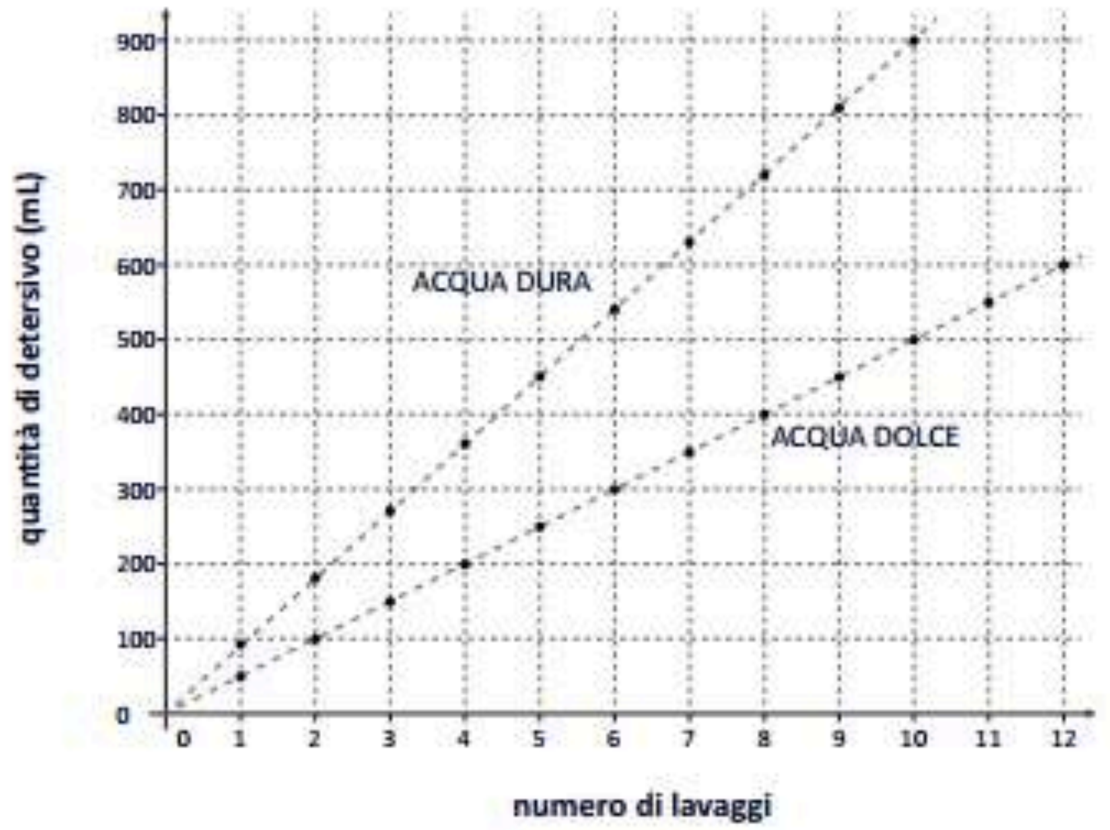
D. ☐ x : 1 = 15 : 600

QUESITO D12c_2017 G08

INVALSI

Classe III sec.di I grado

D12. Le acque si possono classificare in *acque dure* o *acque dolci* sulla base dei sali in esse presenti.
Il grafico in figura si riferisce al detersivo RAIN per lavatrici e mostra come varia la quantità da utilizzare in base al numero di lavaggi in acqua dura e in acqua dolce.



c. Se n indica il numero di lavaggi, quale delle seguenti formule permette di calcolare la quantità d (in mL) di detersivo RAIN che si utilizza lavando in acqua dolce?

A. ☒ $d = 50 \cdot n$

B. ☐ $d = 90 \cdot n$

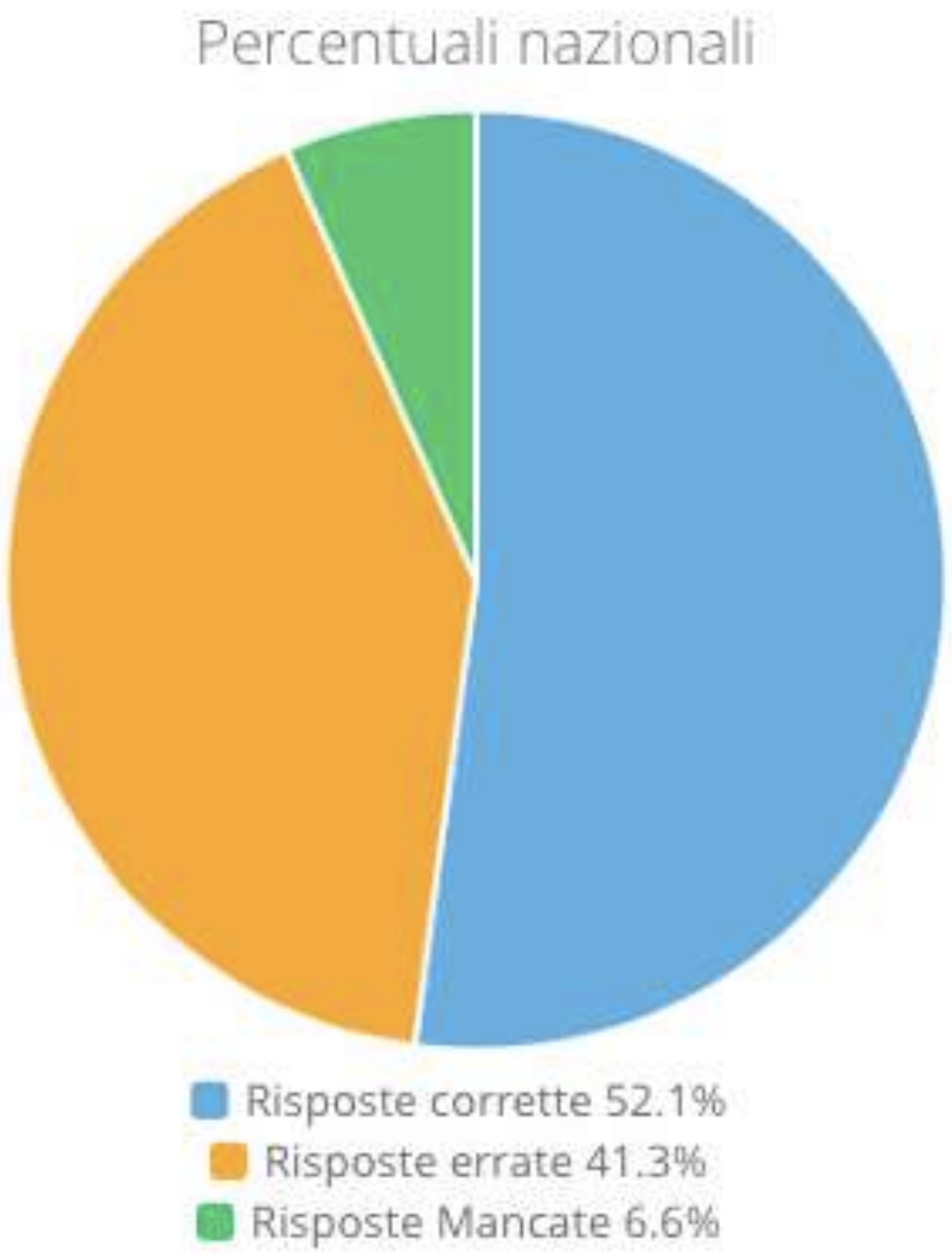
C. ☐ $d = 500 \cdot n$

D. ☐ $d = 900 \cdot n$

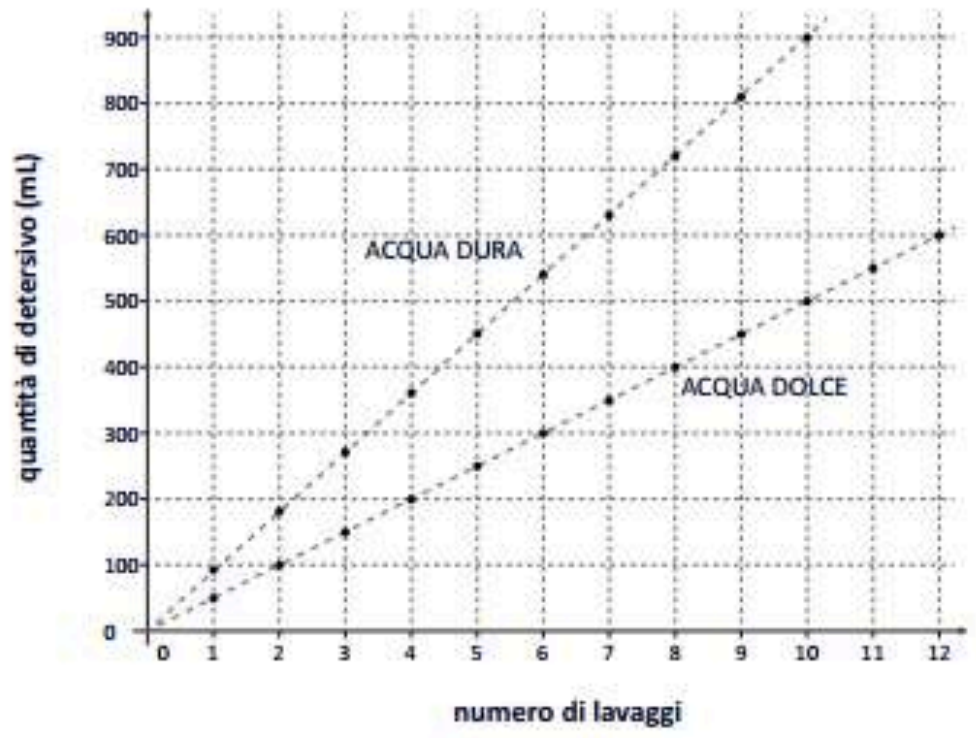
- Costruzione aspetto funzionale e modello lineare y=ax
- Passaggio di rappresentazione

QUESITO D12c_2017 G08

Risultati



D12. Le acque si possono classificare in *acque dure* o *acque dolci* sulla base dei sali in esse presenti.
Il grafico in figura si riferisce al detersivo RAIN per lavatrici e mostra come varia la quantità da utilizzare in base al numero di lavaggi in acqua dura e in acqua dolce.

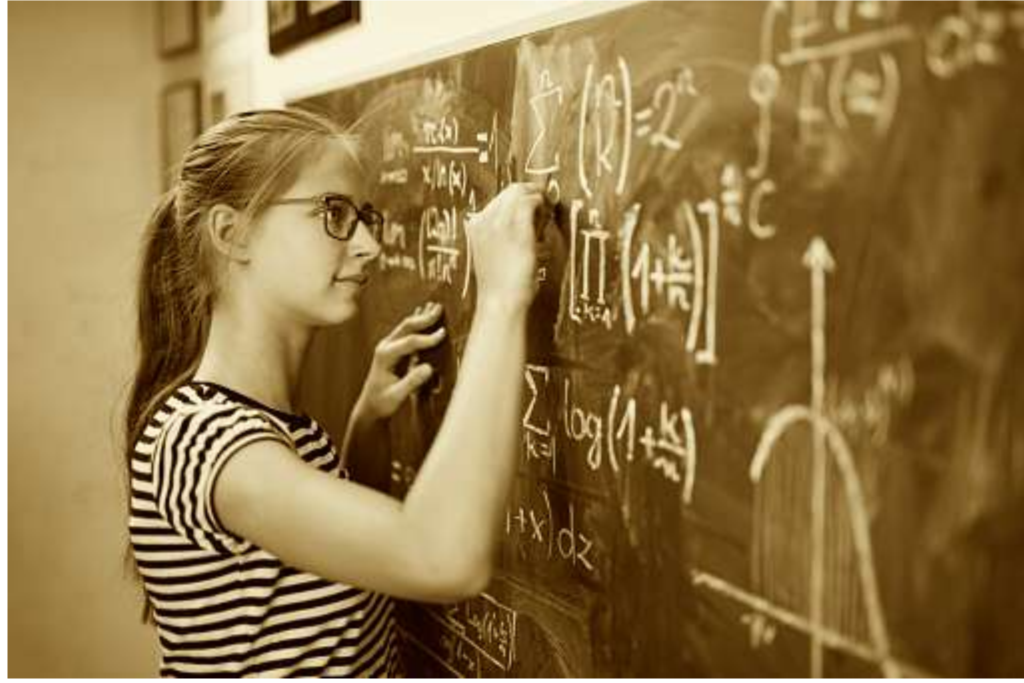


c. Se n indica il numero di lavaggi, quale delle seguenti formule permette di calcolare la quantità d (in mL) di detersivo RAIN che si utilizza lavando in acqua dolce?

A. ☐ $d = 50 \cdot n$
B. ☐ $d = 90 \cdot n$
C. ☐ $d = 500 \cdot n$
D. ☐ $d = 900 \cdot n$

SCUOLA SECONDARIA DI II GRADO

INVALSI



Linee Guida e Indicazioni Nazionali classe seconda sec. di II grado	Linee Guida e Indicazioni Nazionali classe quinta sec. di II grado
Linee Guida • Teorema di Talete e sue conseguenze. • Rapporti e percentuali. • Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa). Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate. Studiare le funzioni $f(x) = ax + b$ e $f(x) = ax^2 + bx + c$. *Indicazioni Nazionali* • *Similitudini con particolare riguardo al teorema di Talete.* • *Proporzionalità diretta e inversa.* • *Le funzioni del tipo $f(x) = ax + b$, $f(x) = \|x\|$, $f(x) = a/x$, $f(x) = x^2$ sia in termini strettamente matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di problemi applicativi.*	Linee Guida • Funzioni polinomiali; funzioni razionali e irrazionali; funzione modulo; funzioni esponenziali e logaritmiche. • Costruire modelli matematici di fenomeni. *Indicazioni Nazionali* • *Le funzioni elementari dell'analisi e i loro grafici; funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.* • *Metodologie elementari per la costruzione di modelli matematici in casi molto semplici ma significativi.*

QUESITO D4_2015 G10

Classe II sec.di II grado

Una sorgente di montagna alimenta continuativamente un serbatoio con 5 m^3 di acqua ogni settimana. Oggi il serbatoio contiene 100 m^3 di acqua e un villaggio inizia a prelevare 7 m^3 di acqua alla settimana.

a. Completa la seguente tabella relativa al numero n di m^3 di acqua contenuti nel serbatoio in funzione del numero t di settimane a partire da oggi:

t (settimane)	n (m^3)
0	100
1	98
2	96
3	94
4	92

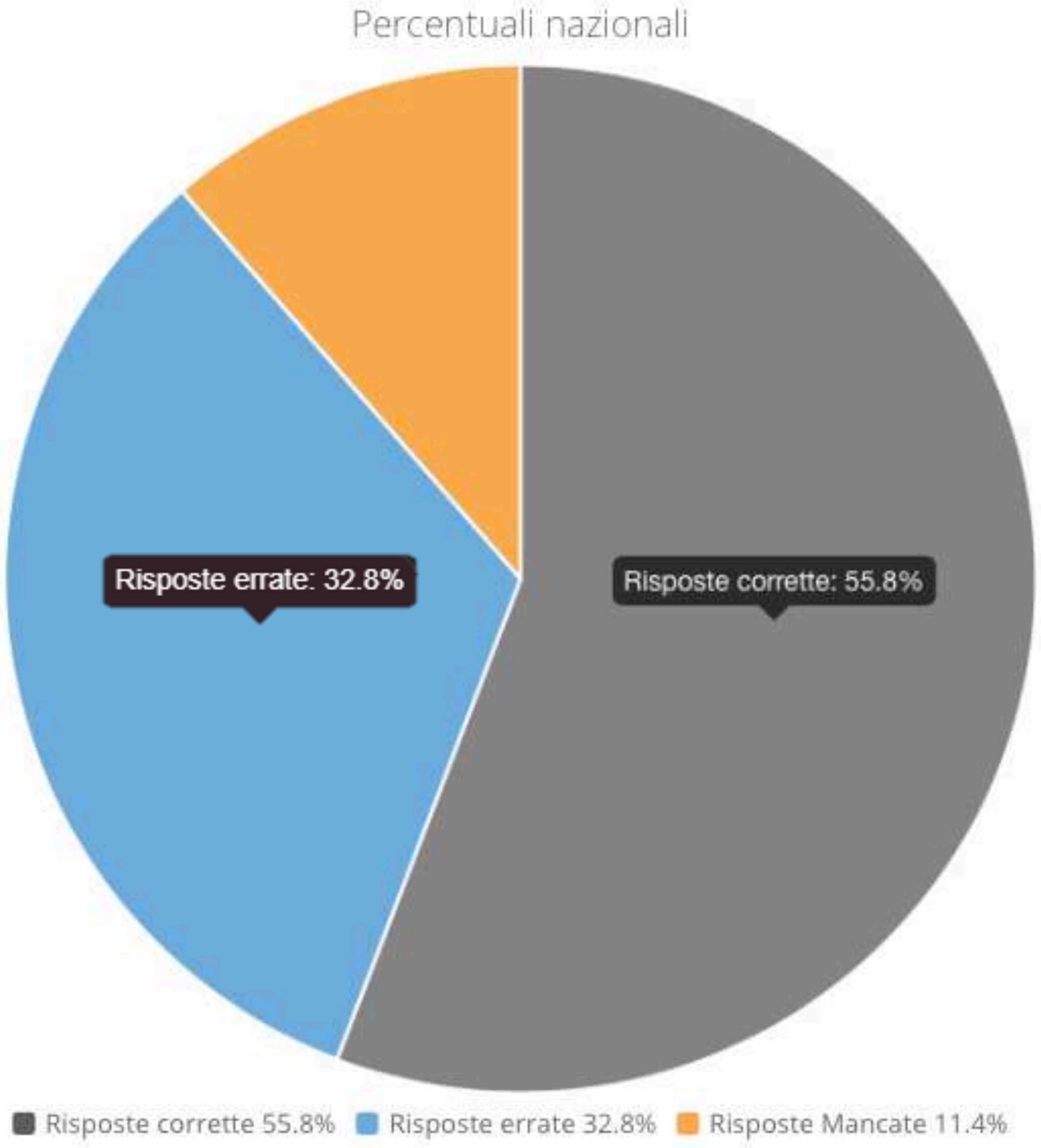
b. Scrivi un'espressione che rappresenti il numero n di m^3 di acqua contenuti nel serbatoio in funzione del numero t di settimane.

Risposta: n = 100-2t

Il quesito è un tipico problema di modellizzazione matematica di una situazione reale.

QUESITO D4_2015 G10

Risultati



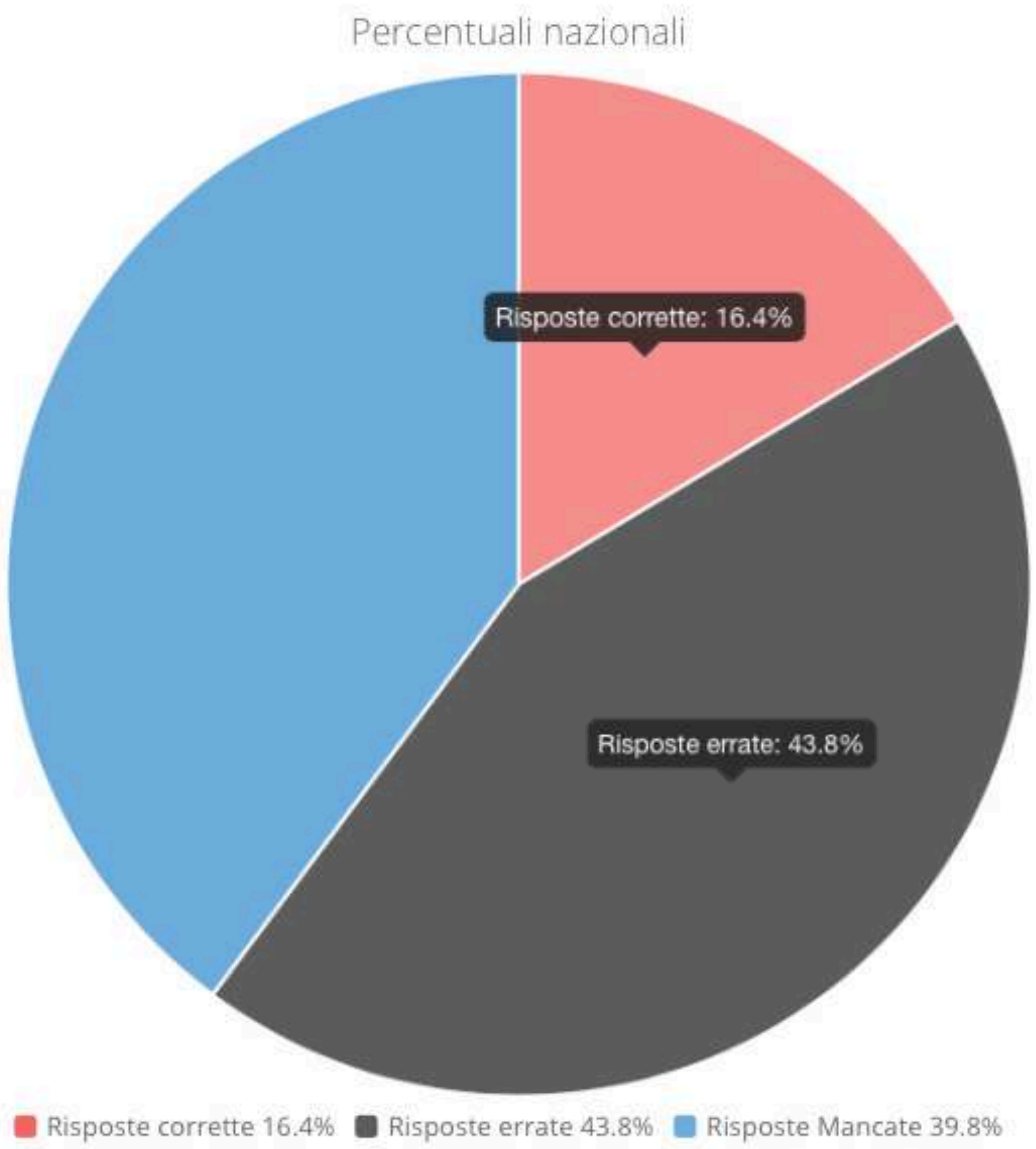
Una sorgente di montagna alimenta continuativamente un serbatoio con 5 m³ di acqua ogni settimana. Oggi il serbatoio contiene 100 m³ di acqua e un villaggio inizia a prelevare 7 m³ di acqua alla settimana.

a. Completa la seguente tabella relativa al numero *n* di m³ di acqua contenuti nel serbatoio in funzione del numero *t* di settimane a partire da oggi:

t (settimane)	n (m³)
0	100
1	98
2	96
3	94
4	92

QUESITO D4_2015 G10

Risultati

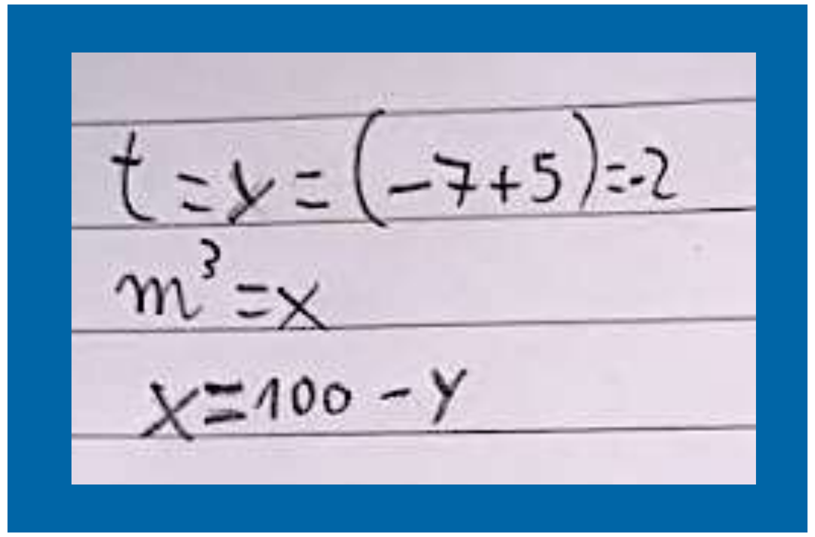


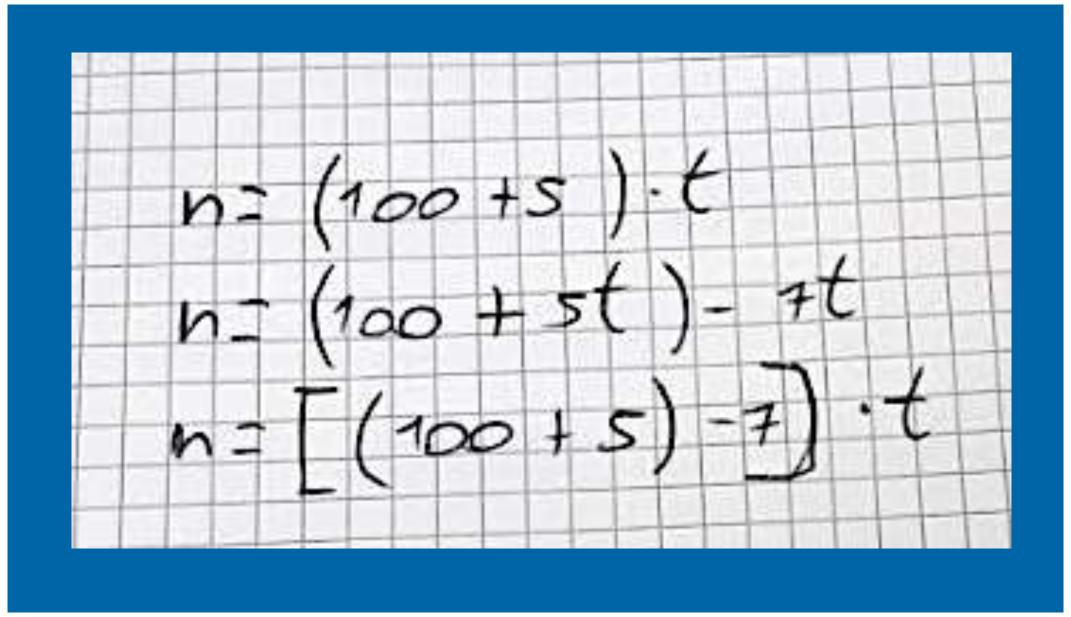
Una sorgente di montagna alimenta continuativamente un serbatoio con 5 m^3 di acqua ogni settimana. Oggi il serbatoio contiene 100 m^3 di acqua e un villaggio inizia a prelevare 7 m^3 di acqua alla settimana.

b. **Scrivi un'espressione che rappresenti il numero *n* di m^3 di acqua contenuti nel serbatoio in funzione del numero *t* di settimane.**

Risposta: n = **100 – 2*t***

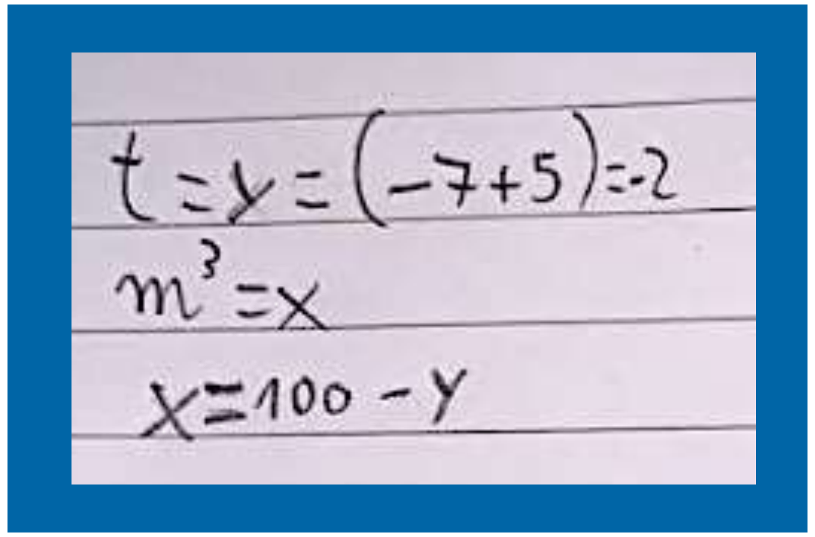
Alcune risposte degli studenti al secondo item

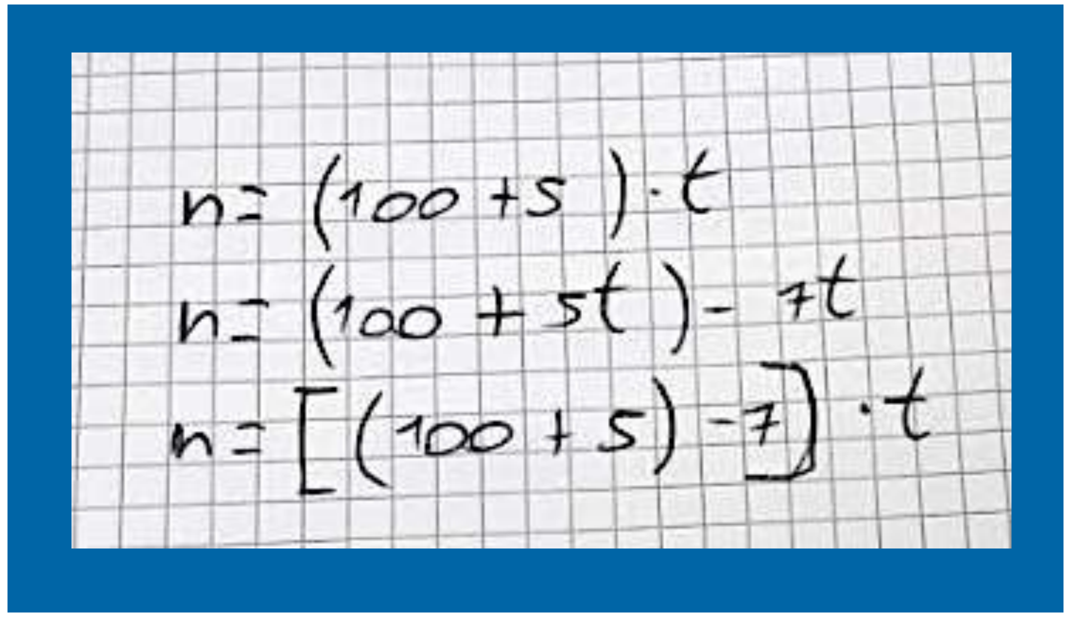


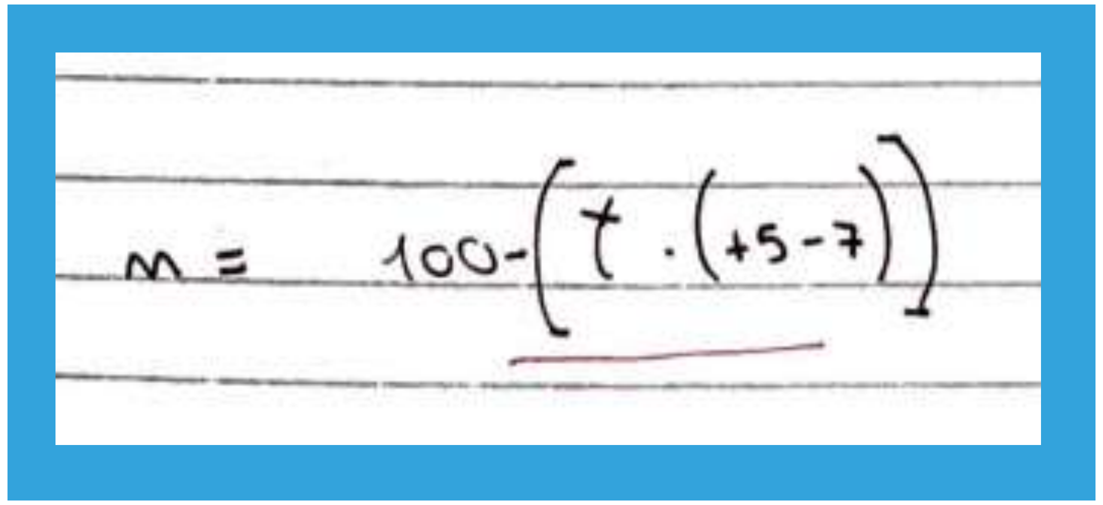


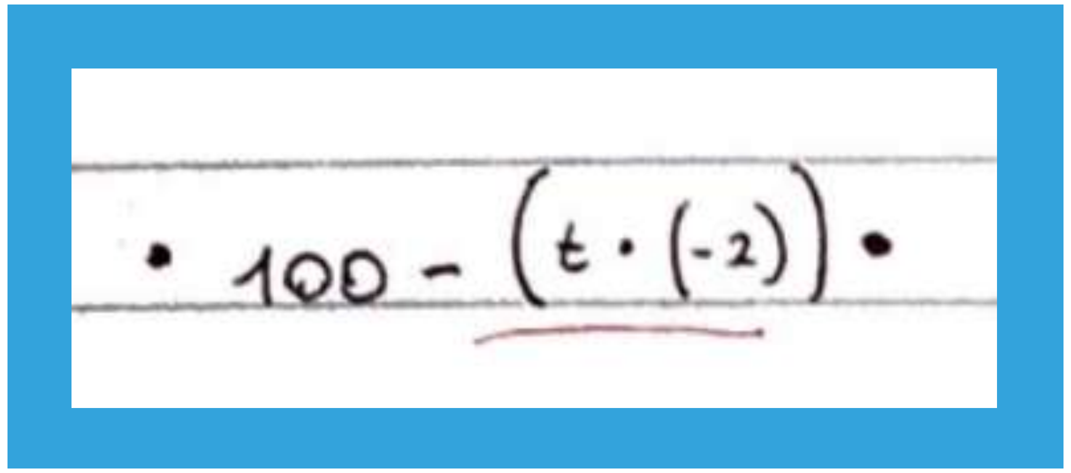
INVALSI

Alcune risposte degli studenti al secondo item









QUESITO pre-test_2017 G13

Classe V sec.di II grado

Il quesito propone un ***modello lineare a tratti***

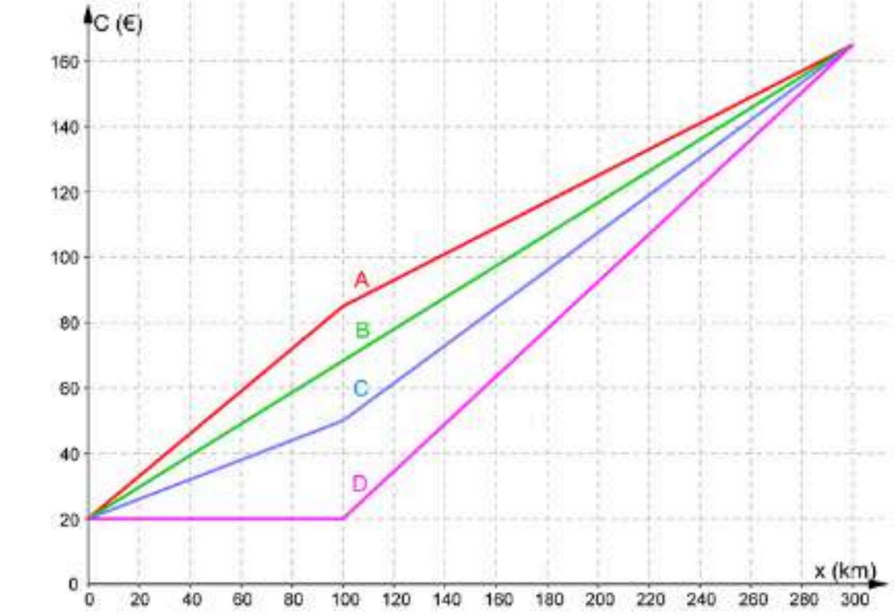
Domanda

Un comune propone un servizio di noleggio giornaliero di auto per una percorrenza massima di 300 km. Il noleggio prevede un costo fisso di 20 euro ed un costo variabile che dipende dal numero di chilometri che si percorrono.

Costo fisso	20 euro
Costo variabile al km per i primi 100 km	0,65 euro al km
Costo variabile per ogni km oltre i primi 100	0,4 euro al km

Domanda 2/2

Nella figura seguente sono rappresentati i grafici di quattro contratti di autonoleggio.



Qual è il grafico che corrisponde alla proposta del comune?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

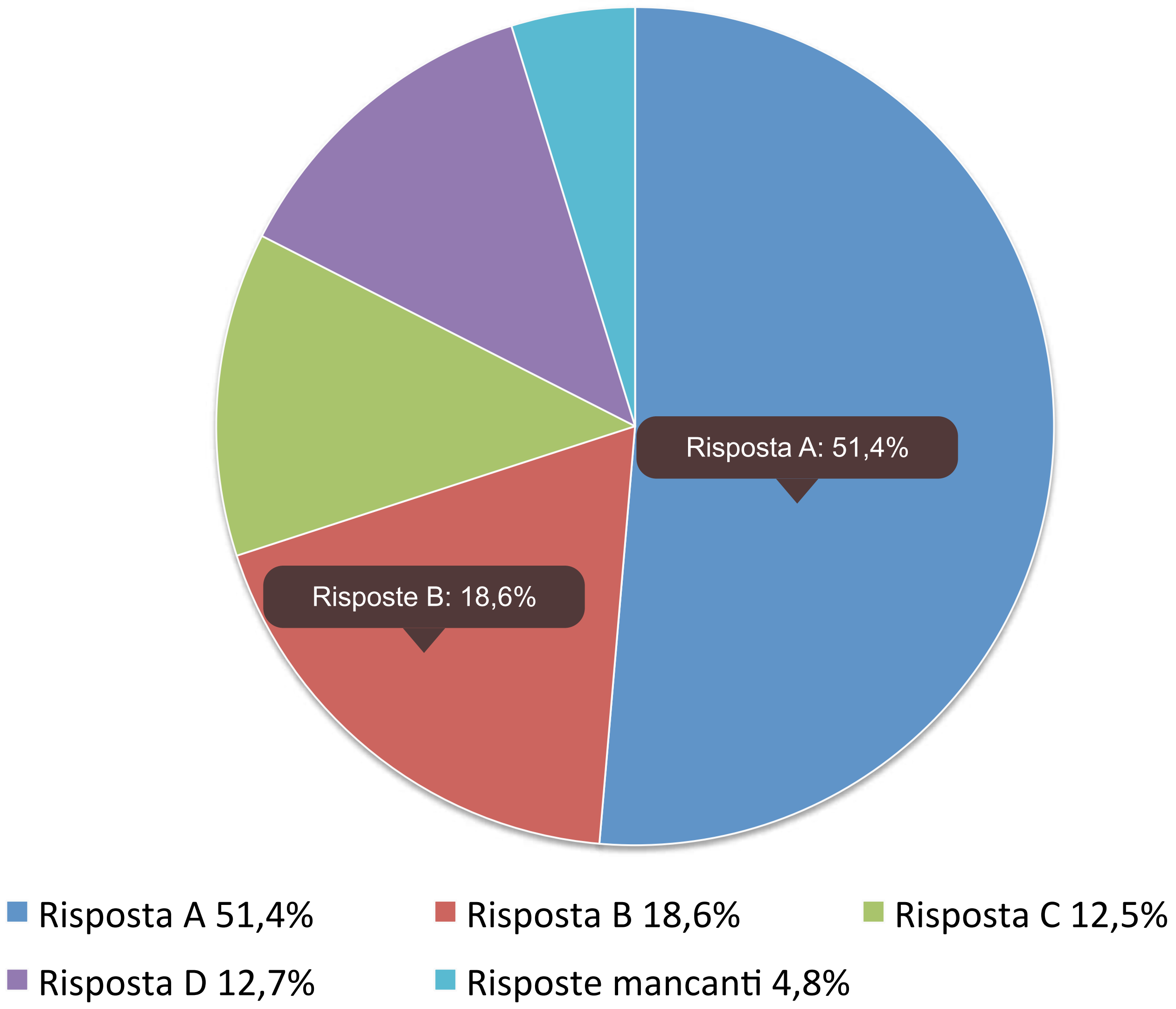
A Grafico A
B Grafico B
C Grafico C
D Grafico D

QUESITO pre-test_2017 G13 item 2

Classe V sec.di II grado: risultati

Risultati

Risultati pre-test



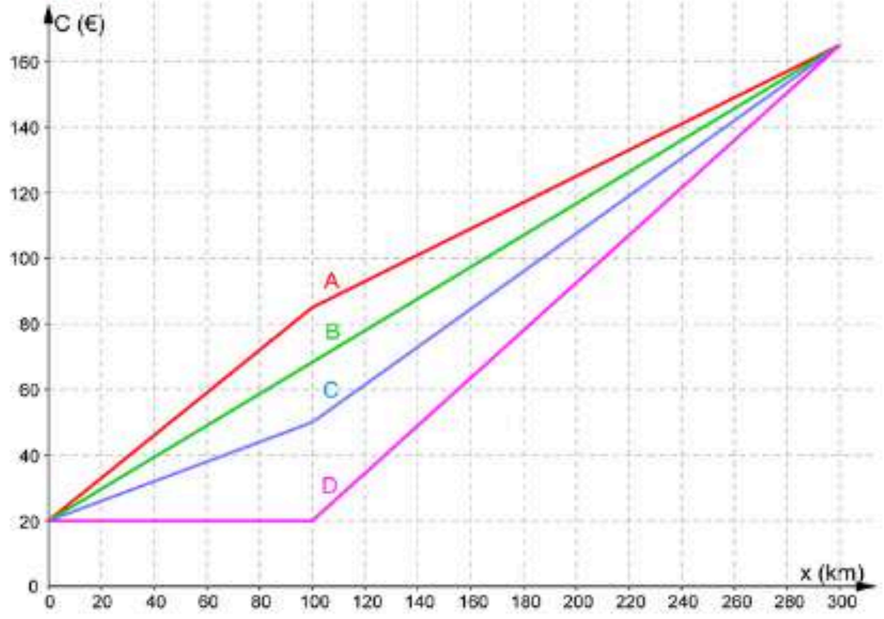
Domanda

Un comune propone un servizio di noleggio giornaliero di auto per una percorrenza massima di 300 km. Il noleggio prevede un costo fisso di 20 euro ed un costo variabile che dipende dal numero di chilometri che si percorrono.

Costo fisso	20 euro
Costo variabile al km per i primi 100 km	0,65 euro al km
Costo variabile per ogni km oltre i primi 100	0,4 euro al km

Domanda 2/2

Nella figura seguente sono rappresentati i grafici di quattro contratti di autonoleggio.



Qual è il grafico che corrisponde alla proposta del comune?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

A Grafico A

B Grafico B

C Grafico C

D Grafico D

QUESITO pre-test_2017 G13

Classe V sec.di II grado

Modello di crescita esponenziale.

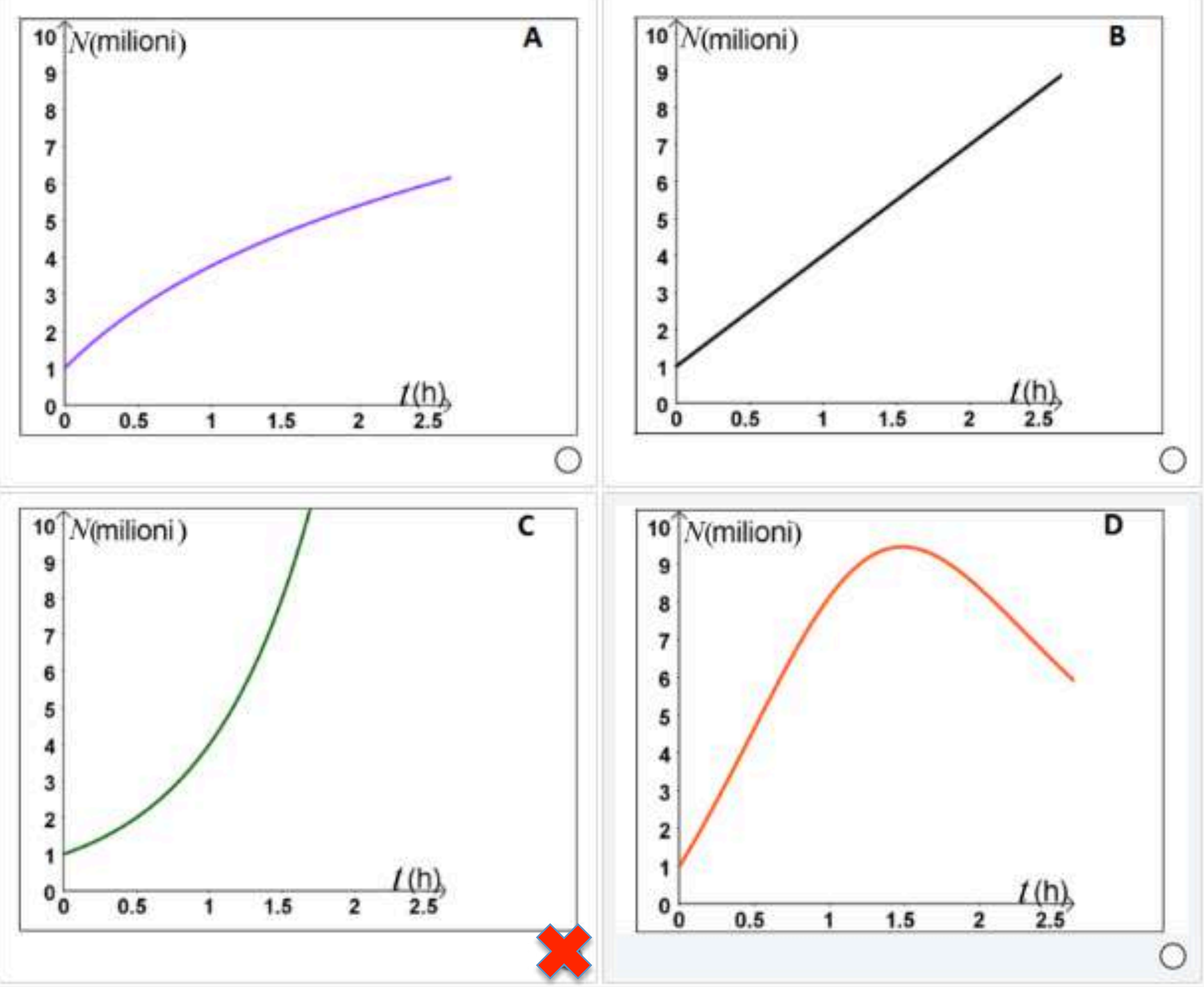
Domanda

Una popolazione di batteri, inizialmente composta da un milione di individui, viene coltivata in laboratorio. La legge $N(t) = 2^{2t}$ fornisce il numero N di batteri in milioni, in funzione del tempo t, espresso in ore (h).

Domanda 3/3

Quale dei seguenti grafici può rappresentare la popolazione N in funzione del tempo t?

Per rispondere clicca su una delle alternative.



Domanda

Una popolazione di batteri, inizialmente composta da un milione di individui, viene coltivata in laboratorio. La legge $N(t) = 2^{2t}$ fornisce il numero N di batteri in milioni, in funzione del tempo t, espresso in ore (h).

Domanda 1/3

Completa la tabella.

Digita i completamenti nelle caselle.

t (h)	Numero N di batteri (in milioni)
0	1
0,5	☐
1	4
1,5	8
2	☐
2,5	☐

Domanda

Una popolazione di batteri, inizialmente composta da un milione di individui, viene coltivata in laboratorio. La legge $N(t) = 2^{2t}$ fornisce il numero N di batteri in milioni, in funzione del tempo t, espresso in ore (h).

Domanda 2/3

Dopo quanto tempo la popolazione di batteri sarà composta da 256 milioni di individui?

Digita la risposta alla domanda.

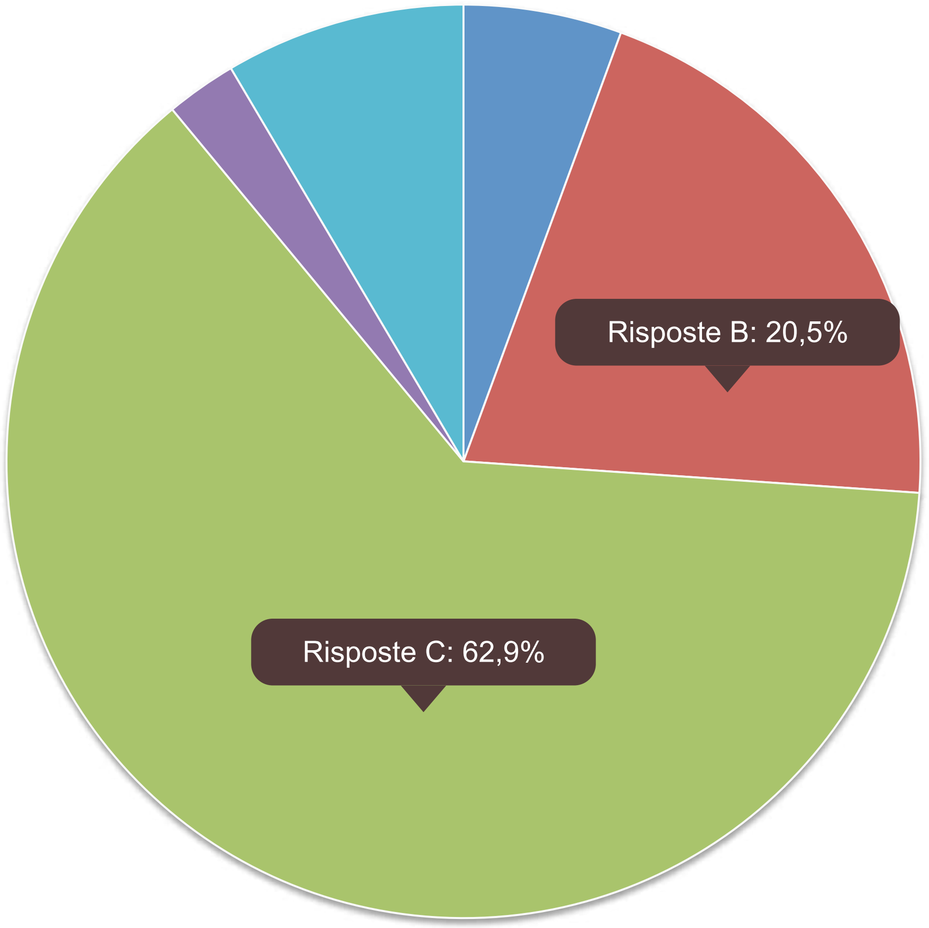
Risposta: ☐ ore

QUESITO pre-test_2017 G13 item 3

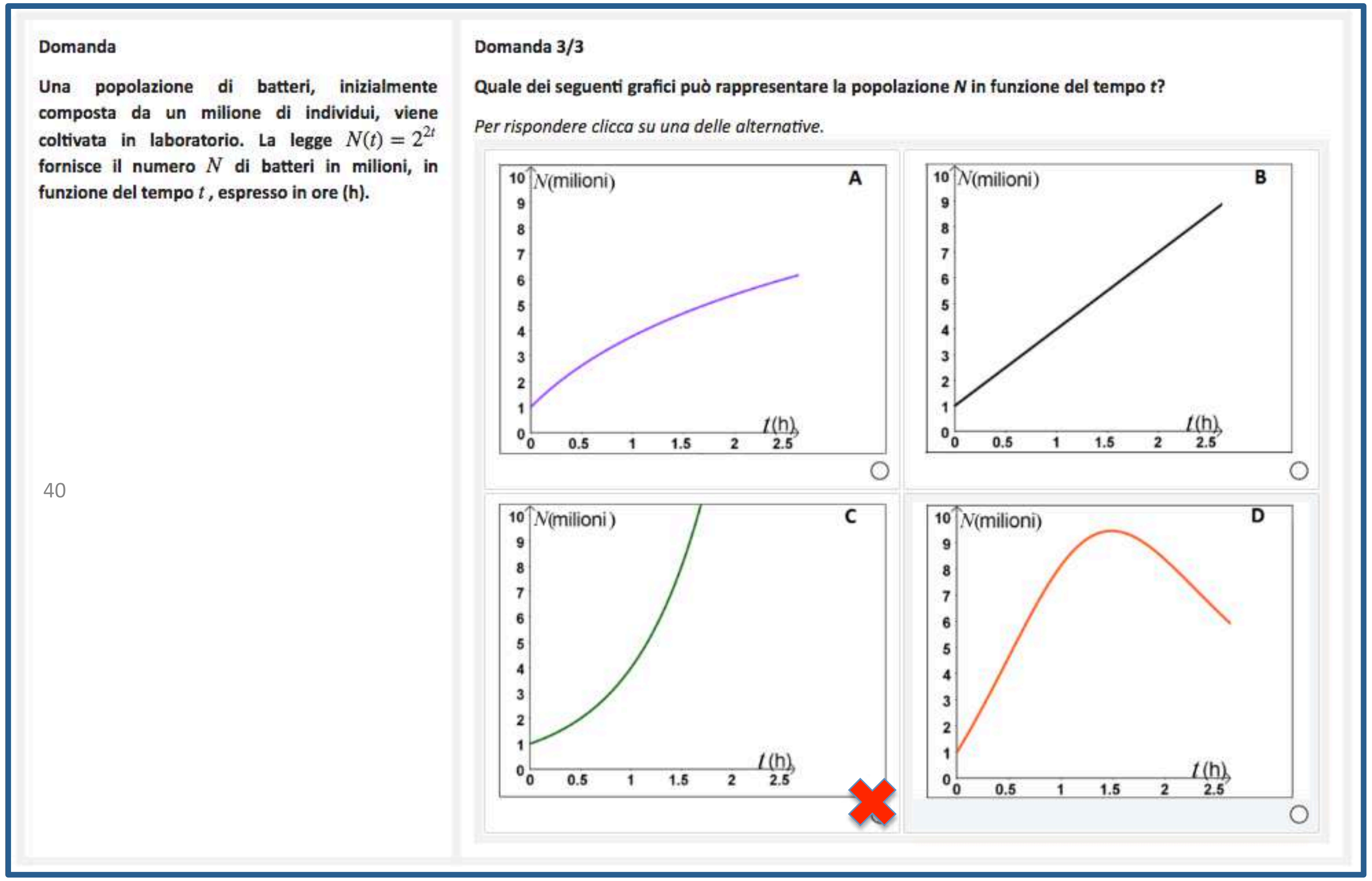
Classe V sec.di II grado: risultati

Risultati

Risultati pre-test



- Risposta A 5,6%
- Risposta B 20,5%
- Risposta C 62,9%
- Risposta D 2,5%
- Risposte mancanti 8,5%


Domanda

Una popolazione di batteri, inizialmente composta da un milione di individui, viene coltivata in laboratorio. La legge $N(t) = 2^{2t}$ fornisce il numero N di batteri in milioni, in funzione del tempo t, espresso in ore (h).

40

Domanda 3/3

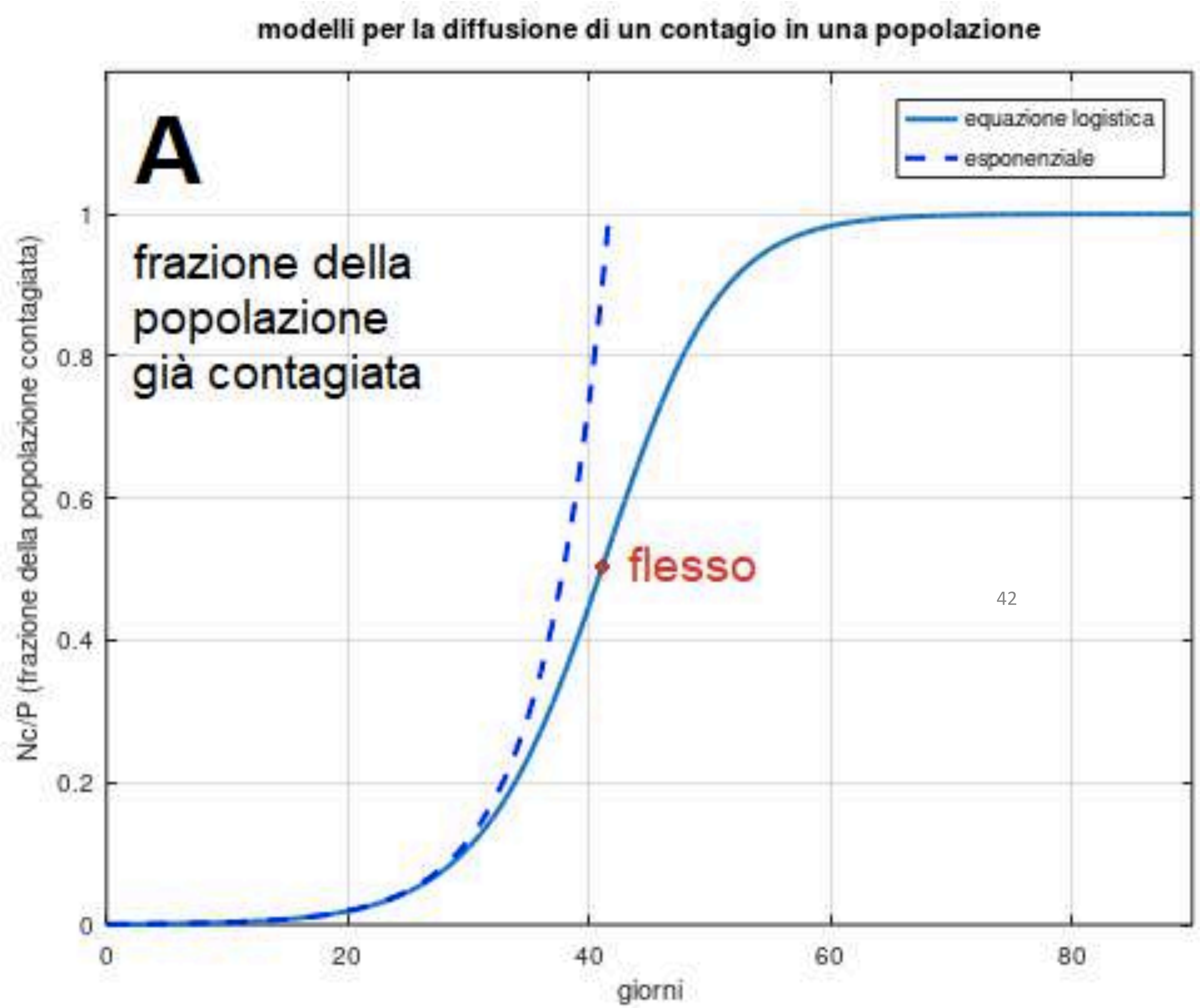
Quale dei seguenti grafici può rappresentare la popolazione *N* in funzione del tempo *t*?

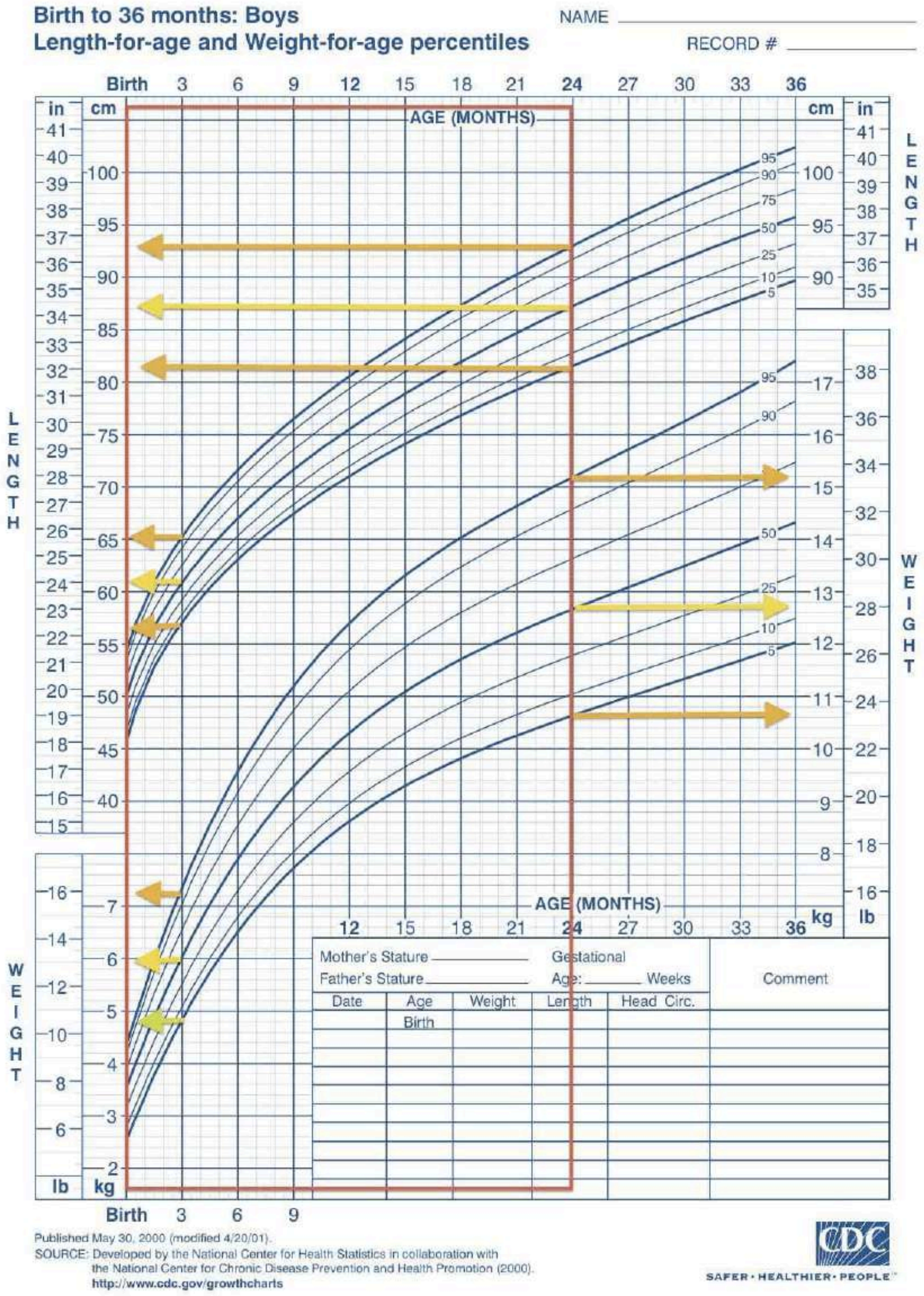
Per rispondere clicca su una delle alternative.

I CHICCHI DI RISO: un’attività in classe

[………] Sessa allora per non essere scortese, chiese di essere pagato in chicchi di grano. Il Re stupito dalla strana moneta chiese in quale modo poteva ricompensarlo. “È facilissimo" spiegò Sessa" mi darai un chicco di grano per la prima casella della scacchiera, due per la seconda, quattro per la terza, otto per la quarta e così via, raddoppiando la quantità ad ogni casella fino alla sessantaquattresima e ultima."(...) Il re rise di questa richiesta, dicendogli che poteva avere qualunque cosa e invece si accontentava di pochi chicchi di grano. Il giorno dopo i matematici di corte andarono dal re e gli dissero che per adempiere alla richiesta del monaco non sarebbero bastati i raccolti di tutto il regno per ottocento anni.

… non solo esponenziali





Molti nodi collegati fra loro

Modello additivo vs modello moltiplicativo

Proporzionalità come relazione

Proporzionalità come uguaglianza di rapporti

Il modello lineare

Altri modelli matematici

INVALSI

P	P	S	S	S
Indicazioni Nazionali classe terza primaria	Indicazioni Nazionali classe quinta primaria	Indicazioni Nazionali classe terza sec. di I grado	Linee Guida e Indicazioni Nazionali classe seconda sec. di II grado	Linee Guida e Indicazioni Nazionali classe quinta sec. di II grado
• Contare oggetti o eventi, a voce e mentalmente, in senso progressivo e regressivo e per salti di due, tre, ... • Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.	• Stimare il risultato di una operazione. • Operare con le frazioni e riconoscere frazioni equivalenti. • Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane. • Riprodurre in scala una figura assegnata […]. • Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o figure.	• Esprimere la relazione di proporzionalità come un'uguaglianza di frazioni e viceversa. • Usare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni empiriche o ricavate da tabelle, e per conoscere in particolare le funzioni del tipo $y= ax$, $y=a/x$, $y= ax^2$, $y=2^n$ e i loro grafici e collegare le prime due al concetto di proporzionalità.	Linee Guida • Teorema di Talete e sue conseguenze. • Rapporti e percentuali. • Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa). Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate. Studiare le funzioni $f(x) = ax + b$ e $f(x) = ax^2 + bx + c$. *Indicazioni Nazionali* • *Similitudini con particolare riguardo al teorema di Talete.* • *Proporzionalità diretta e inversa.* • *Le funzioni del tipo $f(x) = ax + b$, $f(x) = \|x\|$, $f(x) = a/x$, $f(x) = x^2$ sia in termini strettamente matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di problemi applicativi.*	Linee Guida • Funzioni polinomiali; funzioni razionali e irrazionali; funzione modulo; funzioni esponenziali e logaritmiche. • Costruire modelli matematici di fenomeni. *Indicazioni Nazionali* • *Le funzioni elementari dell'analisi e i loro grafici; funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.* • *Metodologie elementari per la costruzione di modelli matematici in casi molto semplici ma significativi.*

GRAZIE!